

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Рязанский государственный радиотехнический университет

На правах рукописи

Елесина Светлана Ивановна

**АЛГОРИТМЫ СОВМЕЩЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ
ИЗОБРАЖЕНИЙ В КОРРЕЛЯЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ
СИСТЕМАХ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ**

Специальность: 05.13.01 – Системный анализ, управление
и обработка информации (технические системы)

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель
кандидат технических наук,
доцент Никифоров М.Б.

Рязань 2011

СОДЕРЖАНИЕ

ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ	5
ВВЕДЕНИЕ.....	6
1. ТЕХНОЛОГИЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА МЕТОДОВ ПОИСКА ГЛОБАЛЬНОГО ЭКСТРЕМУМА ПРИ КОРРЕЛЯЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНОМ СОВМЕЩЕНИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ	12
1.1. Области применения систем совмещения изображений	12
1.2. Систематизация критериальных функций.....	18
1.2.1. Виды критериальных функций.....	18
1.2.2. Формирование множества показателей качества критериальных функций.....	22
1.2.3. Сравнение и выбор видов критериальной функции.....	29
1.3. Анализ методов поиска глобального экстремума многоэкстремальных функций.....	34
1.3.1. Анализ методов поиска глобального экстремума	36
1.3.2. Анализ методов поиска локального экстремума	43
1.4. Критерии оценки алгоритмов поиска экстремумов при корреляционно-экстремальном совмещении изображений	47
Основные результаты	50
Постановка задач исследований	50
2. ИССЛЕДОВАНИЕ И МОДЕРНИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ПОИСКА ГЛОБАЛЬНОГО ЭКСТРЕМУМА КРИТЕРИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ	52
2.1. Допустимая зона поиска. Относительный размер эталонного и текущего изображений	52
2.2. Анализ метода поэтапного сканирования	56
2.3. Модификация метода деформируемого многогранника	60
2.4. Исследование метода глобального поиска при одномерной оптимизации	67
2.5. Исследование метода мултистарта.....	72
2.6. Исследование многомерного обобщенного алгоритма с редукцией	

размерности при помощи разверток типа кривой Пеано.....	79
2.7. Исследование и настройка параметров генетического алгоритма	86
2.8. Развитие модифицированного метода деформируемого многогранника	95
2.9. Повышение эффективности алгоритмов за счет кластеризации области поиска	100
2.10. Сравнение качественных характеристик алгоритмов	116
Основные результаты	118
3. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ИСКАЖЕНИЙ НА НАДЕЖНОСТЬ ПОИСКА ГЛОБАЛЬНОГО ЭКСТРЕМУМА.....	120
3.1. Исследование устойчивости алгоритмов поиска глобального экстремума на воздействие шума на яркостную составляющую текущего изображения	120
3.1.1. Результаты исследований для аддитивного гауссовского шума	124
3.1.2. Результаты исследований для спекл-шума	128
3.2. Исследование устойчивости алгоритмов поиска глобального экстремума на воздействие геометрических искажений текущего изображения.....	132
3.2.1. Исследование устойчивости алгоритмов поиска глобального экстремума на двухмерный поворот текущего изображения.....	133
3.2.2. Исследование устойчивости алгоритмов поиска глобального экстремума на двумерное масштабирование текущего изображения.....	137
3.2.3. Исследование устойчивости алгоритмов поиска глобального экстремума на комплексные искажения текущего изображения	140
3.2.4. Исследование возможности использования инвариантных моментов для корреляционной привязки РЛИ	145
Основные результаты	150
4. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРОГРАММНОГО СТЕНДА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ АЛГОРИТМОВ СОВМЕЩЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ	151
4.1. Определение требований к программному стенду.....	151
4.2. Структура программного стенда	154
4.2.1. Интерфейс пользователя	156

4.2.2. Модуль определения показателей качества критериальных функций	157
4.2.3. Модуль «Критериальные функции»	157
4.2.4. Модуль «Методы поиска глобального экстремума».....	159
4.2.5. Модуль геометрических преобразований	166
4.2.6. Модуль генерации яркостной составляющей шума.....	168
4.2.7. Отображение графиков.....	169
4.3. Методика проведения экспериментов	171
Основные результаты	174
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	175
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	177
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	185

ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

АГП	– алгоритм глобального поиска
ББД	– бортовая база данных
ВММ	– виртуальная модель местности
ГА	– генетический алгоритм
ГЭ	– глобальный экстремум
КЭНС	– корреляционно-экстремальная навигационная система
КХА	– качественная характеристика алгоритма
ИНС	– инерциальные навигационные системы
ЛА	– летательный аппарат
ЛЭ	– локальный экстремум
МДМ	– метод деформируемого многогранника
ММДМ	– модифицированный метод деформируемого многогранника
МЭМС	– микроэлектромеханические системы
ОСШ	– отношение сигнал/шум
РЛИ	– радиолокационное изображение
РЛС	– радиолокационная станция
СКО	– среднее квадратическое отклонение значений
СТЗ	– системы технического зрения
ТИ	– текущее изображение
ЦКМ	– цифровая карта местности
ЦФ	– целевая функция
ЭА	– эволюционный алгоритм
ЭИ	– эталонное изображение
ESVS	– Enhanced synthetic vision systems (системы улучшенного и синтезированного видения)

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. Задача совмещения изображений является актуальной при решении многих практических задач, таких как обработка аэрокосмических снимков, навигация летательных аппаратов (ЛА) и связанная с ней проблема точного вывода ЛА в заданную точку пространства с заданного направления, получение изображений в системах улучшенного и синтезированного видения (Enhanced synthetic vision system – ESVS) окружающего пространства и др.

При решении задач навигации важную роль играют корреляционно-экстремальные навигационные системы (КЭНС). В них осуществляется сравнение эталонных изображений (ЭИ), хранящихся в бортовой базе данных (ББД), с текущими (ТИ), получаемыми от систем технического зрения (СТЗ). Определение координат ЛА и управление его движением по заданной траектории осуществляется в реальном времени.

Именно в КЭНС одновременное обеспечение двух противоречивых требований между ограниченным временем вычислений и высокой вероятностью правильного совмещения изображений вызывает наибольшие трудности. Поэтому, КЭНС является важной областью применения разрабатываемых в данной работе алгоритмов.

Учитывая событийный характер корреляционного совмещения ТИ и ЭИ, рассматриваемая КЭНС относится к классу поисковых.

Особенностью известных исследований в этой области является широкое использование следящих КЭНС, которые разработаны достаточно хорошо и находят реальное применение в системах автоматического слежения за целью, автоматического наведения крылатых ракет и т.п. Поисковые КЭНС разработаны в значительно меньшей степени, на уровне общих идей и алгоритмов, и не доведены до конкретной реализации с учетом требований реального времени.

Среди основных подсистем КЭНС, таких как: подсистема предварительной обработки ТИ, вычисления функционала сравнения ЭИ и ТИ, определения экстремума этого функционала, решение прямой геодезической

задачи для нахождения координат ЛА по координатам привязки изображений, значительную вычислительную сложность имеет подсистема поиска экстремума функционала сравнения. Даже при наличии современных высокопроизводительных вычислительных средств на борту ЛА, при размерности коррелируемых изображений в несколько сотен пикселей возникают значительные трудности с реализацией КЭНС в реальном времени.

Вычислительная сложность поиска экстремума в большой степени зависит от выбора способа представления ЭИ и ТИ и типа критериальной функции (функционала сравнения). В КЭНС могут использоваться различные способы представления: в виде исходных растровых изображений, признаков или образов изображений (например, инвариантных моментов) и др. Они существенно отличаются суммарной трудоёмкостью и степенью инвариантности к геометрическим искажениям, которые влияют на необходимый объем БД ЭИ.

Данная диссертационная работа посвящена исследованию и разработке алгоритмов поиска экстремума функционала сравнения ЭИ и ТИ с учетом способа представления ЭИ и ТИ для КЭНС, использующих поле радиолокационного контраста. Основными требованиями к данным алгоритмам являются:

- возможность реализации на борту ЛА в реальном времени;
- обеспечение заданной вероятности правильного совмещения ТИ и ЭИ, то есть заданной вероятности попадания в глобальный экстремум функционала сравнения;
- обеспечение максимально возможной устойчивости к искажениям.

При разработке алгоритмов поиска глобального экстремума функционала сравнения ЭИ и ТИ исследовались и учитывались особенности изображений характерных для бортовых радиолокационных станций (РЛС), работающих в режиме обзора земной поверхности.

В последнее время проводятся широкомасштабные исследования систем улучшенного и синтезированного видения (ESVS) в авиации с целью повышения безопасности полетов и выполнения посадки. В данных системах

одной из основных операций является совмещение двух и более изображений для целей улучшенной визуализации окружающего пространства. Алгоритмы поиска экстремума функционала сравнения (совмещения), разработанные в данной диссертационной работе могут применяться и в ESVS, где в отличие от КЭНС сравниваются не ТИ и ЭИ, а изображения от различных сенсоров СТЗ и изображения виртуальной модели местности (ВММ).

Степень разработанности темы. Большой вклад в развитие научных исследований в этой области внесли отечественные ученые Сойфер В.А., Джанджгава Г.И., Визильтер Ю.В., Желтов С.Ю., Сергеев В.В., Злобин В.К., Еремеев В.В., Алпатов Б.А., Евтушенко Ю.Г., Стронгин Р.Г., Сергеев Я.Д., Сухарев А.Г. и другие. Однако не существует универсального алгоритма, который для всех областей применения обеспечивает требуемую эффективность. Поэтому при разработке и модификации существующих алгоритмов необходимо учитывать специфику предметной области, реальные характеристики критериальной функции, полученной в результате совмещения изображений от СТЗ ЛА. Главным недостатком известных методов и алгоритмов является сложность их реализации на борту ЛА в реальном времени с необходимой степенью гарантированности нахождения глобального экстремума и, как следствие, совмещения изображений.

В данной диссертационной работе исследуются и разрабатываются алгоритмы поиска глобального экстремума критериальной функции с требуемыми характеристиками трудоемкости и вероятности правильного совмещения двух изображений, т.е. с определенной степенью достоверности нахождения глобального экстремума за заданное время.

Основное содержание настоящей диссертации составляет разработка алгоритмов поиска глобального экстремума критериальной функции, формируемой при корреляционном совмещении изображения, полученного от СТЗ ЛА на базе РЛС, и изображений хранящихся в ББД в виде эталонов.

Цель диссертации состоит в исследовании и разработке алгоритмов поиска глобального экстремума, реализуемых в корреляционно-экстремальных навигационных системах, использующих радиолокационное изображение

подстилающей поверхности, позволяющих в реальном времени обеспечить необходимую достоверность автономного определения координат текущего положения ЛА и обеспечивающих максимально возможную устойчивость к искажениям.

Для достижения поставленной цели решаются следующие **основные задачи**:

- разработка множества показателей качества критериальной функции совмещения радиолокационных изображений (РЛИ), с целью учёта их особенностей. Проверка адекватности используемых показателей качества критериальных функций и многокритериальный отбор лучших целевых функций;
- анализ и классификация методов поиска ГЭ критериальной функции. Определение множества показателей качества алгоритмов поиска ГЭ критериальной функции;
- модернизация и разработка алгоритмов поиска ГЭ критериальной функции, обладающих лучшими показателями качества;
- анализ известных и предложенных методов и алгоритмов поиска ГЭ критериальной функции и выбор наиболее эффективных на основе предложенного множества показателей качества алгоритмов совмещения изображений;
- исследование влияние яркостной составляющей шума и геометрических искажений на показатели качества алгоритмов;
- разработка программного стенда для исследования эффективности различных алгоритмов корреляционного совмещения РЛИ.

Научная новизна диссертации заключается в том, что в ней разработаны алгоритмы поиска глобального экстремума в системах совмещения изображений, применяемых в корреляционно-экстремальных навигационных системах летательных аппаратов на базе РЛС, учитывающие требования реального времени и заданную вероятность правильного совмещения.

На защиту выносятся следующие новые научные результаты:

- методика оценки качества критериальной функции по сформированному множеству показателей качества, на основе которого осуществлено сравнение и отбор критериальных функций;
- методика отбора алгоритмов, по предложенному множеству показателей качества, наиболее эффективных для систем совмещения изображений с необходимой вероятностью и трудоемкостью;
- алгоритмы поиска ГЭ, с использованием модернизированного метода деформируемого многогранника;
- стратегии кластеризации области поиска, обеспечивающие уменьшение трудоемкости алгоритмов совмещения изображений;
- результаты исследования влияния яркостной составляющей шума и геометрических искажений на показатели качества алгоритмов.

Практическая ценность работы состоит в том, что в ней:

- предложены алгоритмы корреляционно-экстремального высоконадежного совмещения изображений, с целью коррекции текущих координат местоположения ЛА, которые могут быть реализованы в реальном времени на борту;
- разработаны алгоритмы поиска ГЭ критериальной функции, позволяющие сократить объем ББД для хранения ЭИ;
- разработаны инструментальные средства для экспериментального исследования и отладки алгоритмов совмещения изображений в КЭНС.

Реализация и внедрение. Диссертация выполнена в Рязанском государственном радиотехническом университете в рамках НИР 4-08, 4-09, 8-09, 2-10.

Результаты диссертационной работы и разработанный программный стенд внедрены в Научно-конструкторском центре видеокомпьютерных технологий (НКЦ ВКТ) ФГУП «Государственный рязанский приборный завод» в виде алгоритмов, реализующих технологию совмещения изображений в КЭНС и ESVS.

Результаты исследований и разработанный в процессе работы над

кандидатской диссертацией программный стенд «Алгоритмы поиска глобального экстремума в системах совмещения изображений» внедрены в учебном процессе кафедры электронных вычислительных машин Рязанского государственного радиотехнического университета и используются студентами-магистрантами направления 230100 «Информатика и вычислительная техника» в курсе «Методы и алгоритмы обработки и анализа изображений».

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на: 14-й Международной научно-технической конференции «Проблемы передачи и обработки информации в сетях и системах телекоммуникаций» (Рязань, 2005 г.); 14-й Всероссийской научно-технической конференция студентов, молодых ученых и специалистов «Новые информационные технологии в научных исследованиях и образовании» (Рязань, 2009 г.); Международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы науки» (Тамбов, 2011 г.).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 13 печатных работ, из них три – в журналах, входящих в перечень ВАК РФ. Зарегистрирован программный ресурс в Объединенном фонде электронных ресурсов «Наука и образование» (ОФЭРНиО). Результаты диссертации отражены также в четырех отчетах о НИР, выполненных в Рязанском государственном радиотехническом университете.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, 4-х глав, заключения, списка используемых источников и приложения. Основной текст работы содержит 184 страницы, 109 рисунков и 2 таблицы. Список используемых источников включает 79 наименований. В приложении приведены документы о внедрении и практическом использовании результатов диссертации и свидетельство о регистрации электронного ресурса.

1. ТЕХНОЛОГИЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА МЕТОДОВ ПОИСКА ГЛОБАЛЬНОГО ЭКСТРЕМУМА ПРИ КОРРЕЛЯЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНОМ СОВМЕЩЕНИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

1.1. Области применения систем совмещения изображений

Существует большое количество прикладных задач [1, 2], имеющих существенное экономическое и оборонное значение, в которых необходимо совмещать изображения в условиях жестких ограничений по вероятности правильного совмещения и времени.

Подобные задачи решаются при дистанционном зондировании Земли [3, 4], в частности при пространственной привязке изображений по опорным точкам и с использованием векторных электронных карт. Данная технология отличается большой точностью и надежностью привязки, но требует большой объем времени для обработки данных. Другая область использования данной задачи – системы улучшенного и синтезированного видения [5, 6, 7, 8]. В них одной из основных операций является совмещение двух и более изображений для улучшенной визуализации окружающего пространства с целью повышения безопасности полетов и выполнения посадки. В этой системе сравниваются изображения от различных сенсоров СТЗ ЛА и изображения ВММ. На эту систему накладываются еще большие временные ограничения, т.к. совмещение должно выполняться в реальном времени. Третья прикладная область – корреляционно-экстремальные навигационные системы.

КЭНС – это системы обработки информации, которые позволяют управлять движением объекта по заданной траектории [9, 10, 11, 12]. Принцип работы КЭНС основан на сравнении изображения участка земной поверхности или совокупности ориентиров – текущего изображения, полученного от сенсоров полей Земли, с эталонным изображением, полученным заранее. Рассогласование положения этих изображений в принятой системе координат позволяет сформировать команду для удержания объекта управления на

заданной траектории. Такие КЭНС называются беспойсковыми или следящими.

В поисковых системах работа КЭНС может носить событийный характер. В них не требуется постоянная коррекция координат ЛА, это допускается делать эпизодически по приближении к допустимому порогу погрешности автономной инерциальной навигационной системы (ИНС). Для этого на борту ЛА имеется набор ЭИ, соответствующих его возможным положениям в процессе полета. Каждое из этих ЭИ привязано к выбранной системе координат. В процессе полета от СТЗ ЛА формируется текущее изображение, которое сравнивается с имеющимися ЭИ. По максимальному совпадению ТИ и одного из ЭИ можно судить о положении ЛА и при обнаружении отклонения скорректировать маршрут.

ТИ может иметь различную физическую природу в зависимости от используемых датчиков. ЭИ могут быть получены предварительной съёмкой (картографированием) местности соответствующими системами. Исключения составляют лишь тундровые, степные и пустынные территории с достаточно протяженными участками относительно ровной поверхности, а также акватория морей и океанов. Другой способ получения ЭИ – синтез ЭИ на основе цифровой карты местности (ЦКМ) с учётом специфики сенсора ТИ. При таком подходе ЭИ формируется из ЦКМ в виде ВММ, для соответствующего сенсора СТЗ. Причём формирование ЭИ может осуществляться не в режиме реального времени на борту ЛА, а в наземных пунктах подготовки полетных данных.

В порядке увеличения требований выполнения задачи совмещения изображений в реальном времени, вышеперечисленные прикладные области располагаются следующим образом:

- 1) Дистанционное зондирование Земли (практически без ограничений времени решения задачи);
- 2) КЭНС (время совмещения изображений несколько секунд);
- 3) ESVS (время совмещения изображений сотые доли секунды).

С точки зрения вероятности правильного совмещения изображений эти системы выстраиваются в обратном порядке. Таким образом, КЭНС являются

системами, где противоречивые требования между трудоёмкостью алгоритмов и их результативностью с точки зрения высокой вероятности правильного совмещения изображений, наиболее тяжело обеспечить одновременно, так как они должны удовлетворяться в равной мере. Поэтому, КЭНС как предметная область приложения разрабатываемых методов и алгоритмов является главной в данной работе.

В поисковых КЭНС проверяются гипотезы о возможных траекториях движения ЛА. Для каждой гипотезы на основе оценивания поля радиолокационного контраста рассчитываются значения функционала, являющегося мерой близости ЭИ и ТИ. Путём поиска экстремума функционала по всем гипотезам определяется траектория движения. Способы достижения экстремума функционала могут быть различными. Может применяться поиск, когда вводится дискретизация координат и величины функционала рассчитываются для всех возможных дискретных значений конечного местоположения движущегося объекта. Такой метод поиска в некоторых условиях является единственно возможным и надёжно решает проблему ликвидации больших отклонений КЭНС, но требует повышенной производительности вычислительной системы и больших временных ресурсов.

Общая структура КЭНС приведена на рисунке 1.1.

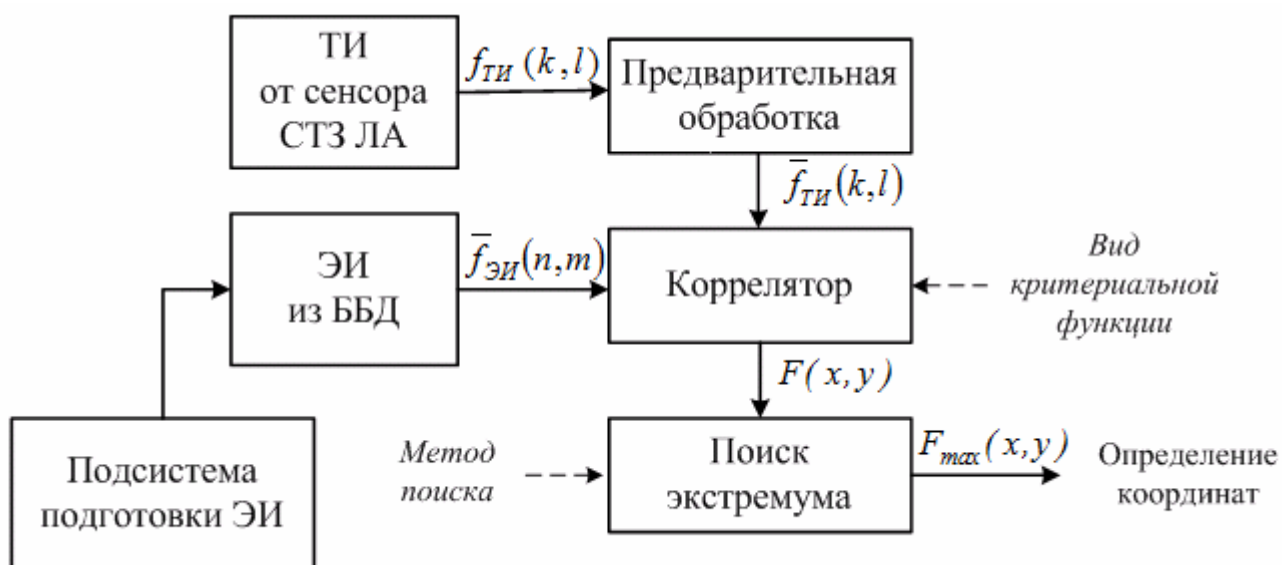


Рисунок 1.1 – Общая структура КЭНС

От сенсора СТЗ летательного аппарата ТИ, которое можно рассматривать как функцию распределения яркости ТИ $f_{ТИ}(k, l)$ размером $K \times L$ элементов, поступает в блок «Предварительная обработка», где осуществляются геометрические преобразования и фильтрация ТИ. С блока «Предварительная обработка» преобразованная функция распределения яркости $\bar{f}_{ТИ}(k, l)$ поступает на блок «Коррелятор». Туда же поступает уже обработанная функция распределения яркости ЭИ $\bar{f}_{ЭИ}(n, m)$ размером $N \times M$ элементов из ББД [13]. ЭИ готовятся заранее на этапе предполетной подготовки. Предполагается, что изображения $\bar{f}_{ТИ}$ и $\bar{f}_{ЭИ}$ приведены к общей системе прямоугольных координат xOy . На выходе «Коррелятора» получается критериальная функция $F(x, y)$, глобальный экстремум которой вычисляется в блоке «Поиск экстремума». По найденным координатам глобального экстремума определяются координаты ЛА.

Таким образом, в структуре КЭНС можно выделить следующие основные подсистемы:

- получения или синтеза (генерации) ЭИ;
- хранения и выборки ЭИ (бортовая база данных);
- предварительной обработки ТИ;
- вычисления функционала сравнения, в частности, взаимно-корреляционной функции ЭИ и ТИ;
- определения экстремума функционала сравнения;
- определение координат ЛА, путем решения прямой геодезической задачи [14].

Первая подсистема не требует режима реального времени.

Подсистема предварительной обработки изображений основана на том, что обрабатываемые изображения содержат избыточную информацию, устранение которой не влечет за собой снижения вероятности и точности корреляционной привязки. Сокращение исходной информации посредством снижения информативности изображений является одним из способов

уменьшения объема вычислений и увеличение вероятности правильного совмещения изображения при корреляционной обработке. На этом этапе осуществляется фильтрация и, если необходимо, сегментация ТИ.

Наибольшую вычислительную сложность имеет подсистема поиска экстремума функционала сравнения. Причем вычислительная сложность поиска экстремума в значительной степени зависит от выбора способа представления ЭИ и ТИ и типа критериальной функции (функционала сравнения). В КЭНС могут использоваться различные способы представления ЭИ и ТИ: в виде исходных растровых изображений, признаков изображений (инвариантных моментов) и образов изображений после преобразования исходных ЭИ и ТИ, например, с помощью преобразования Радона. Эти способы отличаются степенью инвариантности к взаимным геометрическим искажениям ТИ и ЭИ, которая влияет на необходимый объем бортовой базы данных ЭИ. Даже при наличии современных высокопроизводительных вычислительных средств на борту ЛА возникают значительные трудности с реализацией КЭНС в реальном времени.

В настоящее время отсутствует универсальный метод поиска ГЭ для всех типов сенсоров. В данной работе при поиске ГЭ ставится задача учета специфики изображений получаемых от РЛС как источника ТИ земной поверхности.

Чтобы определить время, которое отводится на поиск экстремума критериальной функции, необходимо определить допустимый интервал времени τ для коррекции текущих координат местоположения ЛА. Он определяется исходя из допустимой погрешности определения координат ЛА ε_{mk} и скорости накопления погрешности счисления координат ИНС V_ε :

$$\tau = \frac{\varepsilon_{mk}}{V_\varepsilon} \quad (1.1)$$

Величину ε_{mk} можно в первом приближении считать равной погрешности определения координат с помощью спутниковой навигационной системы

(СНС), составляющей величину 20–30 м. Порядок скорости накопления погрешности счисления координат высокоточных типовых ИНС $V_{\varepsilon} = 1000 - 3000 \text{ м/ч}$, а для микроэлектромеханических систем (МЭМС) на базе твёрдотельных гироскопов эта величина на порядок больше, чем для обычных механических или лазерных гироскопов, т.е. составляет величину порядка $V_{\varepsilon} = 167 - 500 \text{ м/мин}$. МЭМС в последнее время находят всё большее применение в малой авиации и в беспилотных летательных аппаратах. Следовательно:

для высокоточных типовых ИНС $\tau = 24 - 108 \text{ с}$:

$$\tau_{\max} = 30/1000 = 0,03 \text{ ч} = 1,8 \text{ мин} = 108 \text{ с};$$

$$\tau_{\min} = 20/3000 = 0,0067 \text{ ч} = 0,4 \text{ мин} = 24 \text{ с};$$

для ИНС на базе МЭМС $\tau = 2,4 - 10,8 \text{ с}$:

$$\tau_{\max} = 30/200 = 0,15 \text{ мин} = 10,8 \text{ с};$$

$$\tau_{\min} = 20/500 = 0,04 \text{ мин} = 2,4 \text{ с}.$$

Таким образом, величина τ должна составлять величину порядка от нескольких секунд до нескольких десятков секунд. Можно считать, что $\tau \approx 2 \text{ с}$. устроила бы большинство приложений.

Выполнение алгоритма поиска глобального экстремума составляет основную вычислительную сложность при реализации всех алгоритмов КЭНС. Задача совмещения изображений является лишь частью тех задач, которые решаются в КЭНС. Предварительные исследования показали, что время выполнения алгоритма двухэтапного сканирующего поиска глобального экстремума критериальной функции при решении задачи совмещения ТИ и ЭИ составляет до 70 % от времени реализации всей задачи КЭНС при вероятности попадания в ГЭ 0,88 – 0,91 без учёта геометрических преобразований [15]. С их учётом требования к времени реализации алгоритмов совмещения составит величину не более 1 с. Так как, в общем случае, для коррекции текущих координат может быть использовано несколько соседних ЭИ из ББД, то время, отведенное на совмещение одной пары ЭИ и ТИ, должно составлять величину

не более 0,1 – 0,2 с. Это требование может стать более жестким при увеличении числа элементов разрешения ТИ.

Из технических требований к КЭНС ЛА относительно степени достоверности определения навигационных параметров (координат) вытекает, что вероятность правильного определения ГЭ должна быть не менее 0,95 – 0,98. В технических требованиях на авиационные системы для оценки характеристик, являющимися случайными величинами, используется допустимый интервал изменения случайной величины $\pm 2\sigma$. Для нормального закона распределения этому интервалу соответствует вероятность попадания в ГЭ $\approx 0,95$. Значение допуска по вероятности 0,98 обеспечивает компенсацию возможных погрешностей в работе других подсистем КЭНС.

1.2. Систематизация критериальных функций

Одним из основных этапов синтеза квазиоптимальных алгоритмов работы КЭНС [10, 11] является определение типа критериальной функции F , т.е. меры, с помощью которой будет выноситься решение о степени сходства сравниваемых изображений.

Для систематизации и обобщения представим разнообразные критериальные функции в виде групп со сходными свойствами. Можно выделить пять групп функций: корреляционные, разностные, парные, ранговые и спектральные [11, 16, 17, 18]. Рассмотрим некоторые из них.

1.2.1. Виды критериальных функций

Корреляционная критериальная функция

Под классическим алгоритмом корреляционной обработки изображений понимается вычисление функции взаимной корреляции или интеграла типа свертки с последующим поиском максимума этой функции:

$$F(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} f_{ЭИ}(i, j) \cdot f_{ТИ}(i + x, j + y), \quad (1.2)$$

где $0 \leq x < (K - N)$, $0 \leq y < (L - M)$, $K \times L$ – размер ТИ, $N \times M$ – размер ЭИ, x, y – смещение фрагмента $f_{ЭИ}$ относительно $f_{ТИ}$. Считается, что x и y отсчитываются от левого верхнего угла $f_{ТИ}$, для которого $x = 0$, $y = 0$.

Кроме того, в качестве меры сходства двух фрагментов изображений можно использовать коэффициент корреляции:

$$\rho(x, y) = \frac{1}{\sigma(f_{ЭИ})\sigma(f_{ТИ})} \left[\frac{1}{MN} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} f_{ЭИ}(i, j) \cdot f_{ТИ}(i + x, j + y) - \bar{f}_{ЭИ} \bar{f}_{ТИ} \right], \quad (1.3)$$

где $\sigma(f_{ЭИ})$, $\sigma(f_{ТИ})$ – среднеквадратические отклонения яркости фрагментов $f_{ЭИ}$ и $f_{ТИ}$; $\bar{f}_{ЭИ}$, $\bar{f}_{ТИ}$ – средние значения отсчетов яркости изображений.

Обычно корреляционную критериальную функцию нормируют для того, чтобы число ложных максимумов, возникающих при различии уровней интенсивности изображений, было бы по возможности минимальным. Кроме этого, по значению нормированной корреляционной функции в найденном ГЭ можно судить о том является он истинным или ложным. В [19] показано, что использование площади нормированного корреляционного пика повышает устойчивость алгоритма. Тогда на основании [20] выражение (1.2) можно представить в виде:

$$F^2(x, y) = \frac{\left[\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} f_{ЭИ}(i, j) \cdot f_{ТИ}(i + x, j + y) \right]^2}{\left[\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} f_{ЭИ}^2(i, j) \right] \times \left[\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} f_{ТИ}^2(i + x, j + y) \right]} \quad (1.4)$$

или

$$F(x, y) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} f_{ЭИ}(i, j) \cdot f_{ТИ}(i + x, j + y)}{\sqrt{\left[\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} f_{ЭИ}^2(i, j) \right] \times \left[\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} f_{ТИ}^2(i + x, j + y) \right]}}. \quad (1.5)$$

Разностные критериальные функции

Разностные критериальные функции основаны на поэлементном вычислении разностей интенсивности ТИ и ЭИ.

Общее выражение $F(x, y)$ для разностных алгоритмов имеет вид:

$$F(x, y) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} |f_{ЭИ}(i, j) - f_{ТИ}(i + x, j + y)|^n, \quad (1.6)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$. При увеличении параметра n точностные характеристики функции улучшаются, однако при $n \geq 3$ это улучшение становится незначительным.

В КЭНС распространение получили следующие разностные критериальные функции:

функция среднего модуля разности:

$$F_1(x, y) = \frac{1}{NM} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} |f_{ЭИ}(i, j) - f_{ТИ}(i + x, j + y)|, \quad (1.7)$$

функция среднего квадрата разности:

$$F_2(x, y) = \frac{1}{NM} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} |f_{ЭИ}(i, j) - f_{ТИ}(i + x, j + y)|^2, \quad (1.8)$$

Разностные критериальные функции равны нулю при полном совмещении одинаковых изображений и имеют большие значения при неточном совмещении изображений. Таким образом, в точке наилучшего совмещения функция $F(x, y)$ достигает минимума, поэтому целесообразно, если ищется максимум, данную функцию брать с отрицательным знаком. Кроме того, различие в средних уровнях яркости РЛИ может вызвать ложные экстремумы. В этом случае используют центрированную разностную функцию:

$$F(x, y) = \frac{1}{NM} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} |f_{ЭИ}(i, j) - \bar{f}_{ЭИ} - f_{ТИ}(i + x, j + y) + \bar{f}_{ТИ}|, \quad (1.9)$$

где $\bar{f}_{ЭИ}$, $\bar{f}_{ТИ}$ – средние яркости РЛИ.

Преимуществом разностных критериальных функций перед корреляционными является то, что в них отсутствует операция умножения. Это позволяет снизить вычислительные затраты в 4-10 раз. В то же время при малых отношениях сигнал-шум (ОСШ) характеристики разностных функций уступают корреляционным [11].

Парные критериальные функции

При числе уровней квантования яркости РЛИ два и более может быть использовано совмещение ТИ и ЭИ на основе парных функций. Сравнение изображений производится последовательно по всем элементам. Если каждый элемент ЭИ при относительном сдвиге (x, y) относительно ТИ имеет уровень квантования яркости i , а каждый элемент ТИ имеет уровень j , то парная функция $F_{ij}(x, y)$, $0 \leq i, j \leq 2^n - 1$ увеличивается на 1. Здесь 2^n – число уровней квантования. Следовательно, при $i=j$ функция $F_{ij}(x, y)$ равна числу элементов, уровни интенсивности которых совпадают, а при $i \neq j$ функция $F_{ij}(x, y)$ – числу элементов, уровни интенсивности которых не совпадают. Если изображения $N \times N$ идентичны, то

$$\sum_{j=0}^{2^n-1} \sum_{i=0}^{2^n-1} F_{ij}(x, y) = \begin{cases} N^2, & \text{при } i=j, \\ 0, & \text{при } i \neq j \end{cases}, \quad (1.10)$$

Примеры критериальных функций, построенных с использованием парных функций:

1. Функция F_1 вычисляет отношение общего числа совпадений к общему числу возможных совпадений.

$$F_1(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{2^n-1} F_{ii}. \quad (1.11)$$

2. Функция F_2 вычисляет произведение отношений совпадений каждого вида к общему числу возможных совпадений этого вида.

$$F_2(x, y) = \prod_{i=0}^{2^n-1} \left[\frac{F_{ii}}{\sum_{j=0}^{2^n-1} F_{ij}} \right]_{ii}. \quad (1.12)$$

3. Функция F_3 есть взвешенное произведение, и зависит от количества уровней квантования и взвешенной оценки совпадений и несовпадений уровней интенсивности.

$$F_3(p, q) = \prod_{i=0}^{2^n-1} T_i. \quad (1.13)$$

Парные критериальные функции наибольшее распространение получили в системах и алгоритмах, использующих бинарные изображения [11]. Так как в данной работе используются полутонные РЛИ, то данный тип критериальных функций в дальнейшем сравнительном анализе не рассматривается.

1.2.2. Формирование множества показателей качества критериальных функций

Для сравнения выбираем корреляционные и разностные функции:

- взаимная корреляционная функция (1.2);
- коэффициент корреляции (1.3);
- квадрат нормированной корреляционной функции (1.4);
- нормированная корреляционная функция (1.5);
- функция среднего модуля разности (1.7);
- функция среднего квадрата разности (1.8);
- центрированная разностная функция (1.9).

Чтобы сравнить данные функции необходимо определить множество показателей качества целевой функции (ЦФ) $Q_F = \{g_{F1}, g_{F2}, \dots, g_{FN}\}$. К показателям качества можно отнести следующие характеристики функции: трудоемкость, количество экстремумов, расстояние между ГЭ и ближайшим по значению и по расстоянию локальным экстремумом (ЛЭ), среднее расстояние

между ближайшими ЛЭ, среднее значение ЦФ, минимальное и максимальное значение функции, среднее квадратическое отклонение значений (СКО) функций, СКО экстремумов функции, СКО расстояний между экстремумами и т.д.

Сравнивать корреляционные и разностные функции в абсолютных величинах нельзя, потому что они имеют разный диапазон изменения своих значений. Поэтому в дальнейших исследованиях для сравнения показателей качества g_{Fi} различных критериальных функций будем использовать приведение их к относительной величине. В множестве $Q_F = \{g_{F1}, g_{F2}, \dots, g_{FN}\}$ не все показатели качества равнозначны, поэтому априорно они делятся на группы, каждой из которых назначается свой приоритет.

Первый (наивысший) приоритет:

- трудоемкость вычисления ЦФ T ;
- количество экстремумов K ;
- постоянная Липшица L .

Второй приоритет:

- СКО значений функции $\sigma_{ЦФ}$;
- СКО экстремумов функции σ_{F^*} ;
- среднее расстояние между ближайшими экстремумами $\tilde{d}_{cp}$;

Третий (низший) приоритет:

- СКО расстояний между экстремумами функции σ_d ;
- минимальное расстояние между экстремумами $d_{\min}$.

Лучшей будет та функция, которая имеет наименьшие показатели, относящиеся к первому приоритету.

Чем больше показатели второго и третьего приоритета, тем лучше критериальная функция, так как большой разброс значений ЦФ и большие расстояния между координатами экстремумов облегчают поиск истинного положения ГЭ.

Трудоемкость ЦФ определяется количеством операций сложения (вычитания) и умножения (деления):

$$T = nt_{сл} + mt_{умн}, \quad (1.14)$$

где $t_{сл}$ – трудоемкость операции сложения; $t_{умн}$ – трудоемкость операции умножения; n и m – количество операций сложения и умножения, которое зависит от размера ЭИ и вида критериальной функции.

Количество экстремумов K определяется при помощи матрицы значений ЦФ $\|F_{ij}\|$, размер которой равен размеру области поиска ГЭ $M \times N$. Соседями элемента F_{ij} в матрице назовем элементы F_{kl} , где $i-1 \leq k \leq i+1, j-1 \leq l \leq j+1, (k,l) \neq (i,j)$. Элемент матрицы называется локальным экстремумом (максимумом), если он превышает все соседние элементы. В результате получаем массив экстремумов $F^*(r)$, каждый $r = \overline{1, K}$ элемент которого содержит значение ЦФ в экстремуме $f^*(x, y)$, где (x, y) – координаты экстремума в матрице $\|F_{ij}\|$, количество элементов в массиве K . Отсортировав массив по убыванию значений ЦФ, можно определить другие характеристики целевой функции.

Максимальное значение функции совпадает со значением ЦФ в ГЭ:

$$f_{\max} = \max_{1 \leq r \leq K} F^*(r).$$

Минимальное значение функции: $f_{\min} = \min_{\substack{1 \leq i \leq M \\ 1 \leq j \leq N}} F(i, j).$

Разность между максимальным и минимальным значением ЦФ:

$$\Delta f = |f_{\max} - f_{\min}|.$$

Относительная разность между значениями ГЭ и ближайшим по значению ЛЭ:

$$\delta f = \frac{F^*(1) - F^*(2)}{f_{\max} - f_{\min}}. \quad (1.15)$$

СКО значений ЦФ:

$$\sigma_{ЦФ} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (\overline{F_{ij}} - \overline{F_{cp}})^2}{N \times M}}, \quad (1.16)$$

где $\overline{F_{ij}}$ – относительное значение ЦФ, $\overline{F_{ij}} = \frac{F_{ij}}{\Delta f}$,

$\overline{F_{cp}}$ – относительное среднее значение ЦФ,

$$\overline{F_{cp}} = \frac{F_{cp}}{\Delta f}, \quad F_{cp} \text{ – среднее значение ЦФ } F_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M F_{ij}}{N \times M}.$$

СКО экстремумов ЦФ:

$$\sigma_{F^*} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K (\overline{F_i^*} - \overline{F_{cp}^*})^2}{K}}, \quad (1.17)$$

где $\overline{F_i^*}$ – относительное значение экстремума ЦФ, $\overline{F_i^*} = \frac{F_i^*}{\Delta f_{extr}}$,

Δf_{extr} – разность между максимальным и минимальным значение экстремума

$$\text{ЦФ, } \Delta f_{extr} = |f_{\max}^* - f_{\min}^*|,$$

$\overline{F_{cp}^*}$ – относительное среднее значение экстремума ЦФ $\overline{F_{cp}^*} = \frac{F_{cp}^*}{\Delta f_{extr}}$,

$$F_{cp}^* \text{ – среднее значение экстремума ЦФ } F_{cp}^* = \frac{\sum_{i=1}^M F_i^*}{K}.$$

Для определения расстояния между экстремумами, необходимо получить матрицу расстояний $\|d_{ij}\|$:

$$\begin{bmatrix} 0 & d_{12} & d_{13} & \dots & d_{1i} & \dots & d_{1K} \\ d_{21} & 0 & d_{23} & \dots & d_{2i} & \dots & d_{2K} \\ d_{31} & d_{32} & 0 & \dots & d_{3i} & \dots & d_{3K} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{i1} & d_{i2} & d_{i3} & \dots & 0 & \dots & d_{iK} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{K1} & d_{K2} & d_{K3} & \dots & d_{Ki} & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

где d_{ij} – расстояние между i -м и j -м ЛЭ, $d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$; (x_i, y_i) и (x_j, y_j) – координаты i -го и j -го ЛЭ.

Полученная матрица симметрична относительно главной диагонали. Строки и столбцы в матрице упорядочены по убыванию значений ЦФ в локальных экстремумах. Следовательно, первая строка матрицы содержит значения расстояний между ГЭ и всеми ЛЭ.

Минимальное расстояние между ЛЭ:

$$d_{\min} = \min_{\substack{1 \leq i \leq K \\ 1 \leq j \leq K}} d_{ij} \quad (1.18)$$

Среднее расстояние между локальными экстремумами d_{cp} :

$$d_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^K \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K d_{ij}}{(K-1)^2} \quad (1.19)$$

Для определения среднего расстояния между ближайшими экстремумами $\tilde{d}_{cp}$ необходимо получить матрицу расстояний $\|\tilde{d}_{ij}\|$:

$$\begin{bmatrix} \tilde{d}_{11} & \tilde{d}_{12} & \tilde{d}_{13} & \dots & \tilde{d}_{1i} & \dots & \tilde{d}_{1K} \\ \tilde{d}_{21} & \tilde{d}_{22} & \tilde{d}_{23} & \dots & \tilde{d}_{2i} & \dots & \tilde{d}_{2K} \\ \tilde{d}_{31} & \tilde{d}_{32} & \tilde{d}_{33} & \dots & \tilde{d}_{3i} & \dots & \tilde{d}_{3K} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{d}_{i1} & \tilde{d}_{i2} & \tilde{d}_{i3} & \dots & \tilde{d}_{ii} & \dots & \tilde{d}_{iK} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{d}_{K1} & \tilde{d}_{K2} & \tilde{d}_{K3} & \dots & \tilde{d}_{Ki} & \dots & \tilde{d}_{KK} \end{bmatrix},$$

где все элементы каждой строки матрицы упорядочены по возрастанию значений расстояний между экстремумами. Таким образом, среднее расстояние между i -м экстремумом и l ближайшими экстремумами определяется как

$$\tilde{d}_{cp_i}(l) = \frac{\sum_{j=2}^{l+1} d_{ij}}{l}, \quad (1.20)$$

где $i = \overline{1, K}$. Причем $j = \overline{2, l+1}$, так как $\tilde{d}_{i1} = 0$.

Таким образом, *среднее расстояние между ближайшими ЛЭ:*

$$\tilde{d}_{cp}(l) = \frac{\sum_{i=1}^K \tilde{d}_{cp_i}}{K}. \quad (1.21)$$

СКО расстояний между экстремумами:

$$\sigma_d = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^K \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K (d_{ij} - d_{cp})^2}}{K-1}. \quad (1.22)$$

Минимальное расстояние между ГЭ и ЛЭ:

$$d_{glMin} = \min_{2 \leq i \leq K} d_{1i}. \quad (1.23)$$

В результате определяем i^* – номер ЛЭ в упорядоченном по значениям ЦФ массиве F^* . Следовательно, значение ЛЭ ближайшего по координатам к ГЭ:

$$f_{glMin} = F^*(i^*) \quad (1.24)$$

Относительная разность между значениями ГЭ и ближайшим по координатам ЛЭ:

$$\delta f_{glMin} = \frac{|f_{\max}^* - f_{glMin}|}{|f_{\max} - f_{\min}|} \quad (1.25)$$

Для оценки *постоянной Липшица* будем использовать простейшую гармоническую модель критериальной функции, приближенно представляющей ее поведение на произвольном вертикальном срезе относительно плоскости xOy :

$$f(x) = Ax \cdot \sin(\omega x), \quad (1.26)$$

где $\omega = \frac{2\pi}{l_{\min}}$,

$l_{\min}$ – расстояние между ГЭ и ЛЭ (рисунок 1.2): $l_{\min} = \min\{d_{cp}, d_{glMin}\}$, d_{cp} и d_{glMin} определяются по формулам (1.19) и (1.23);

$\Delta f = \delta f_{glMin}$ – относительная разность между значениями ГЭ и ближайшим по координатам ЛЭ (1.25).

Считая, что $x_1 \approx \frac{\pi}{2}\omega$, а $x_2 \approx \frac{5\pi}{2}\omega$ из (1.26) определим значение

$$A = \frac{2 \cdot \Delta f}{\pi \left(5 \sin\left(\frac{5\pi^2}{l_{\min}}\right) - \sin\left(\frac{\pi^2}{l_{\min}}\right) \right)}.$$

Определяем производную функции (1.26):

$$f'(x) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{l_{\min}}x\right) + A \cdot \frac{2\pi}{l_{\min}} \cdot x \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{l_{\min}}x\right).$$

$$\text{Постоянная Липшица } L = \max_{l_{\min}} f'(x).$$

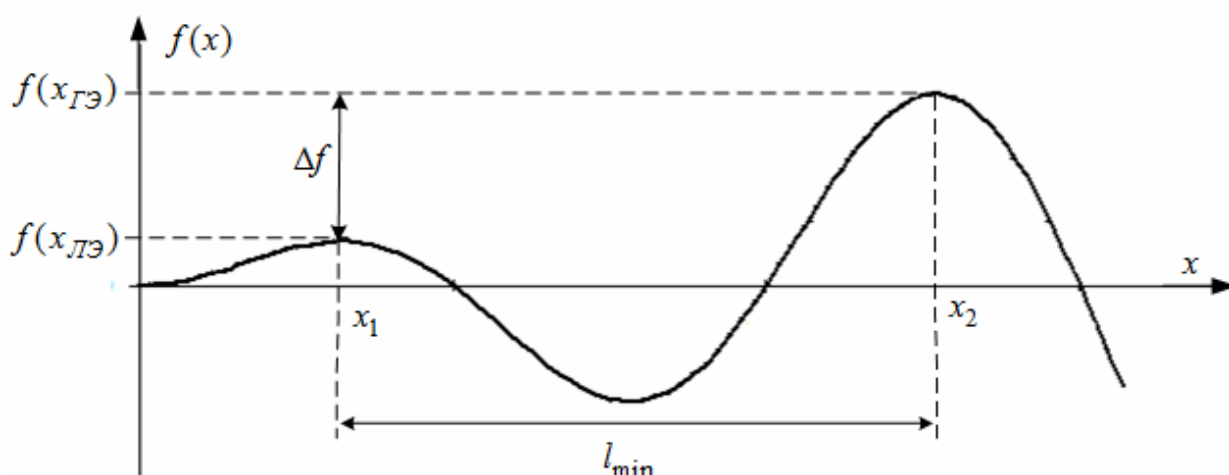


Рисунок 1.2 – Гармоническая модель критериальной функции

1.2.3. Сравнение и выбор видов критериальной функции

Для сравнения критериальных функций были проведены статистические исследования по оценке показателей качества всех выбранных функций и регрессионный анализ их зависимости от размера ЭИ относительно ТИ и от степени (глубины) предварительной обработки ТИ.

На первом этапе из дальнейшего рассмотрения была исключена функция взаимной корреляции (1.2), так как на исследуемых типах изображений даже при полном переборе не обеспечивается гарантированный поиск ГЭ.

Далее оставшиеся шесть функций рассматривались по показателям качества функции 1 приоритета. Результаты сравнительной оценки представлены на рисунке 1.3. Здесь используются следующие обозначения: 1 – функция коэффициента корреляции; 2 – квадрат нормированной корреляционной функции; 3 – нормированная корреляционная функция; 4 – функция среднего модуля разности; 5 – функция среднего квадрата разности; 6 – центрированная разностная функция. По трудоемкости наилучшее значение, естественно, имеют разностные функции и лучшая из них – функция среднего модуля разности (1.7). По количеству экстремумов лучшие показатели, близкие друг относительно друга, у нормированных корреляционных функций (1.4) и (1.5), и у разностных (1.7) и (1.8). По постоянной Липшица в большинстве случаев лидирует нормированная корреляционная функция (1.5) (рисунок 1.3).

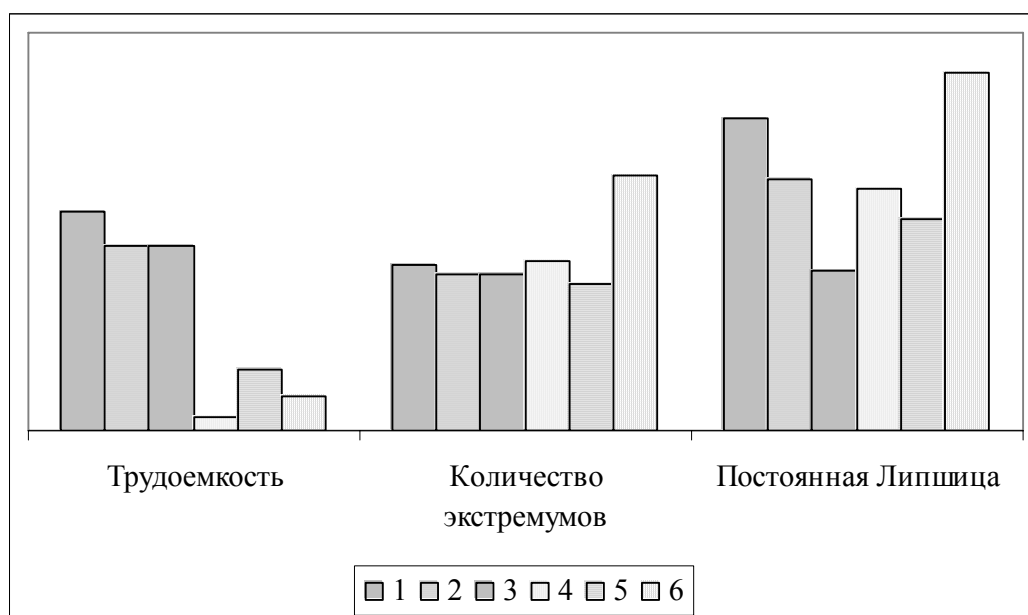


Рисунок 1.3 – Сравнение показателей качества первого приоритета критериальной функции

Таким образом, для сравнения ЦФ по показателям качества второго и третьего приоритета выбираем две функции: нормированную корреляционную функцию (1.5) и функцию среднего модуля разности (1.7).

По показателям качества второго и третьего приоритета явного лидера не выявлено. Лишь при больших размерах ЭИ (50% от ТИ), небольшое преимущество по большинству показателей имеет нормированная корреляционная функция (1.5). Сравнение показателей для обеих критериальных функций представлено на рисунке 1.4.

Для проверки адекватности предложенных критериев качества ЦФ и разбиения их на группы по приоритетам проведено сравнение показателей ЦФ в зависимости от степени предварительной обработки.

На рисунке 1.5 представлены ТИ на различных этапах предобработки: а – исходное РЛИ; б – отфильтрованное РЛИ с помощью медианного фильтра (вид маски – крест, размер – 7 пиксел); в – РЛИ с кластеризацией протяженных объектов.

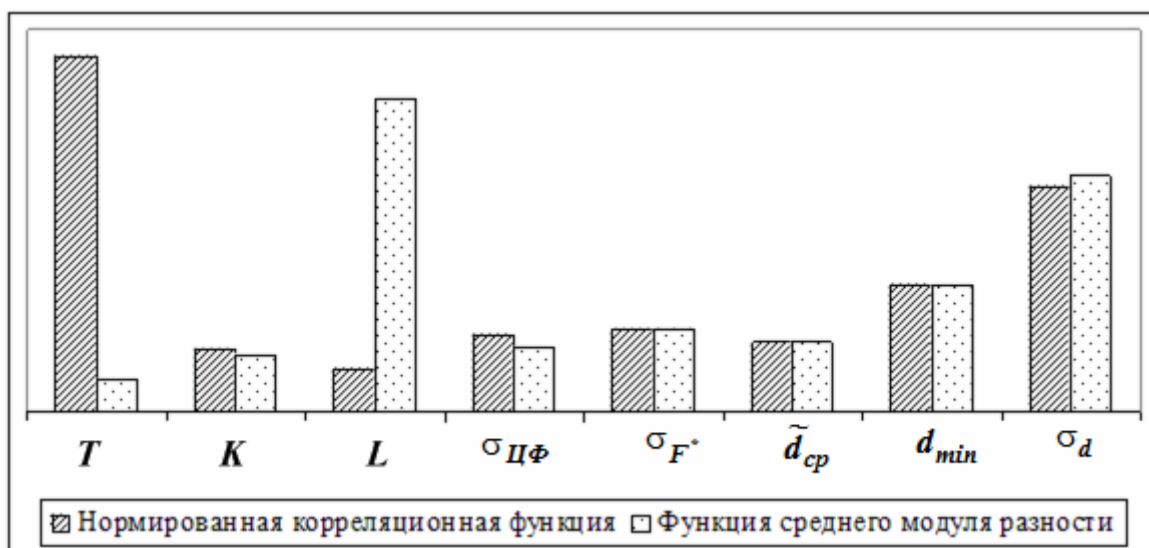


Рисунок 1.4 – Сравнение показателей качества нормированной корреляционной функции и функции среднего модуля разности

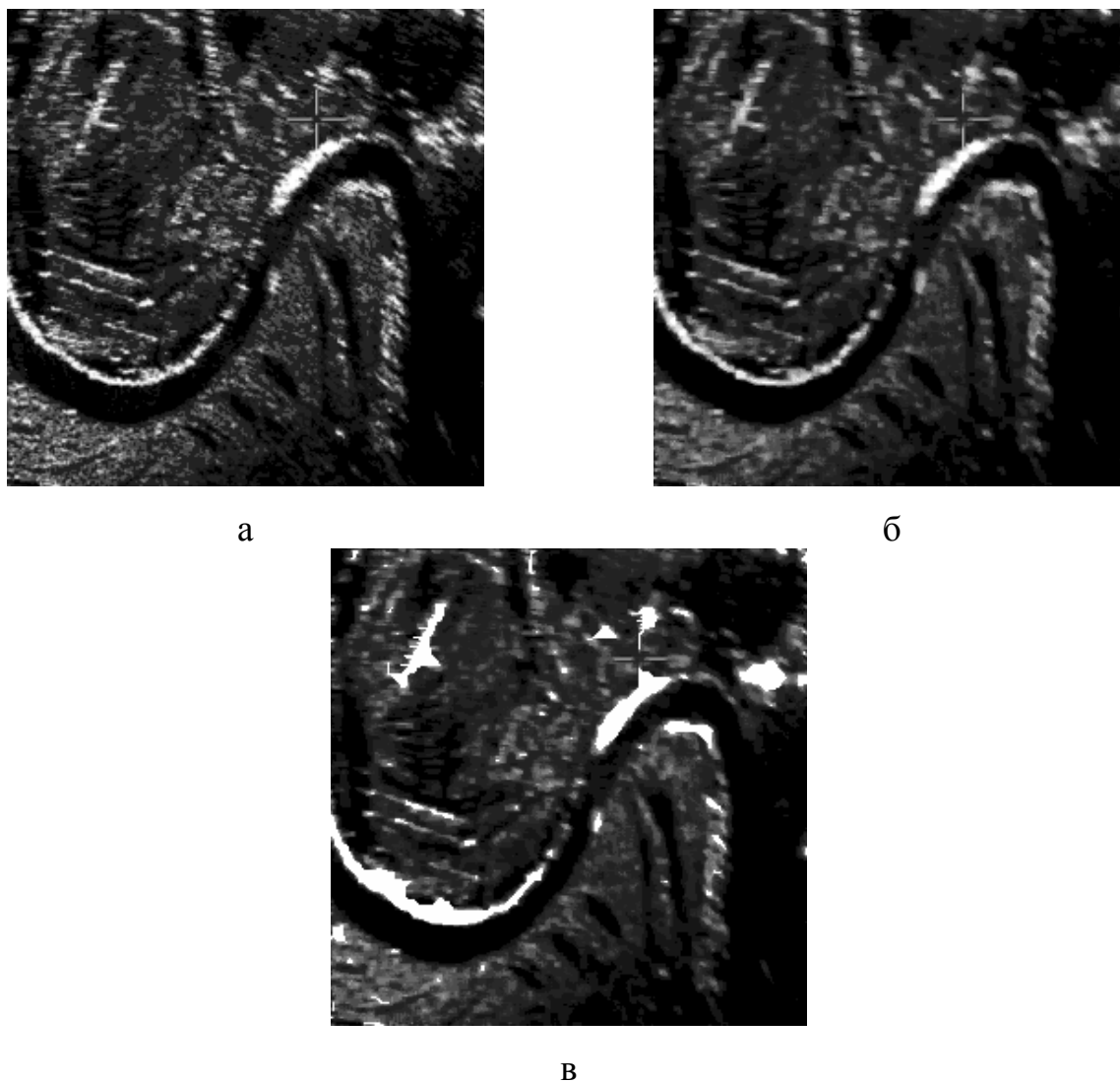


Рисунок 1.5 – ТИ на различных этапах предобработки

Сравнительные оценки изменения показателей качества ЦФ для нормированной корреляционной функции и функции среднего модуля разности приведены на рисунках 1.6 и 1.7 соответственно.

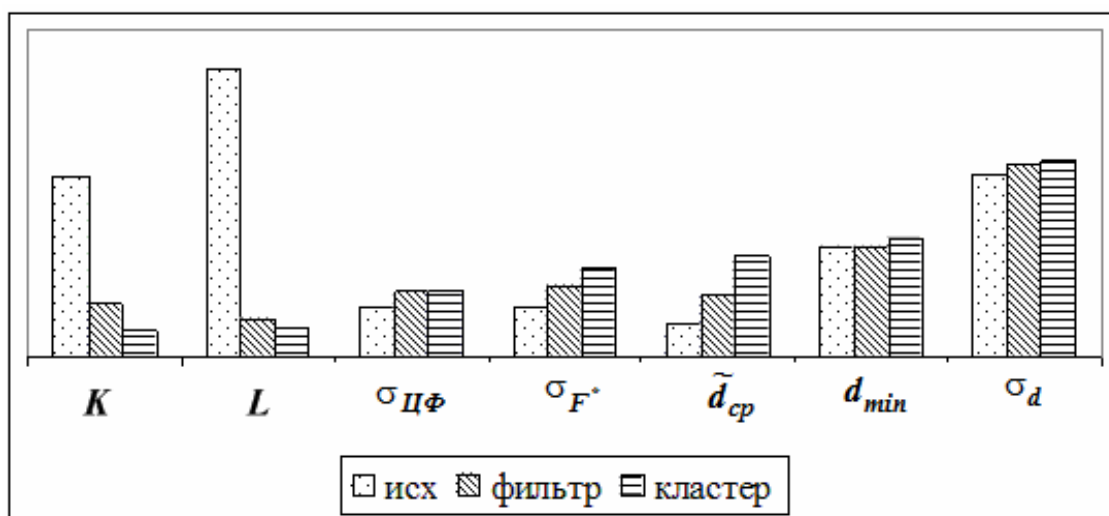


Рисунок 1.6 – Нормированная корреляционная функция

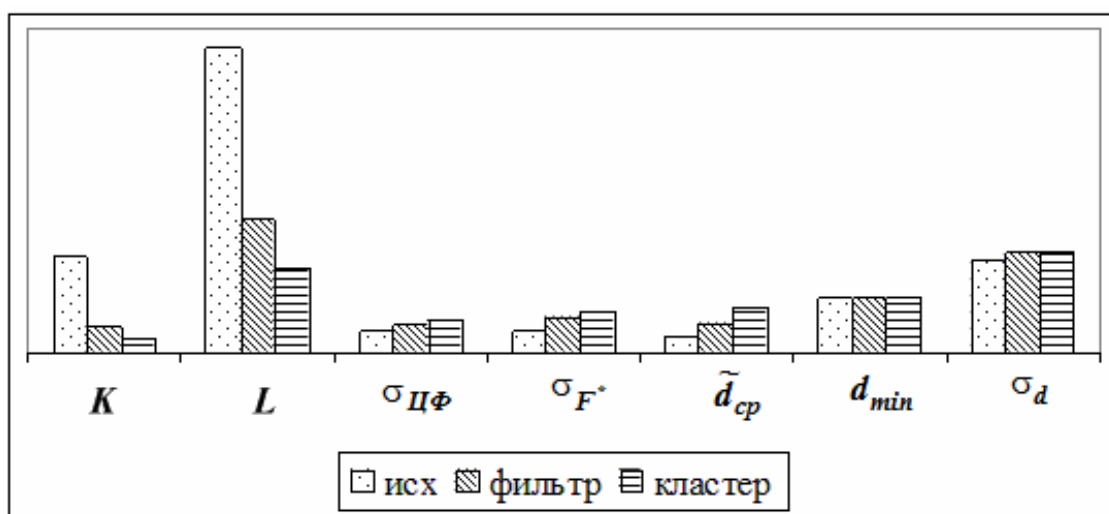
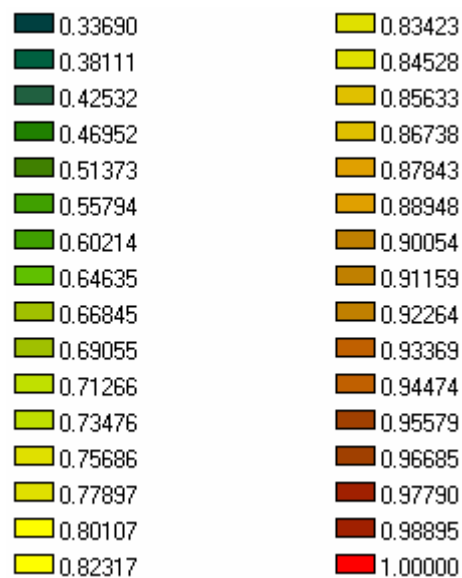
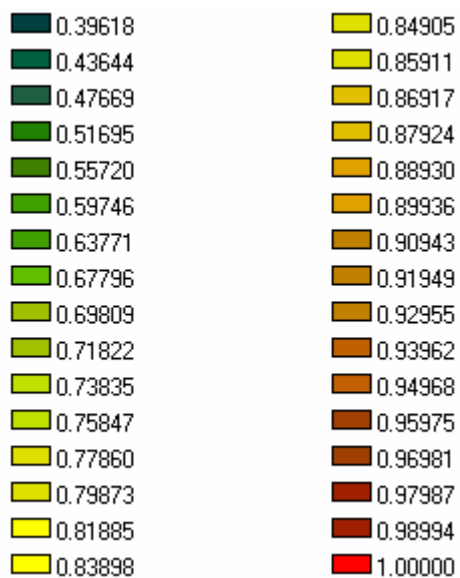
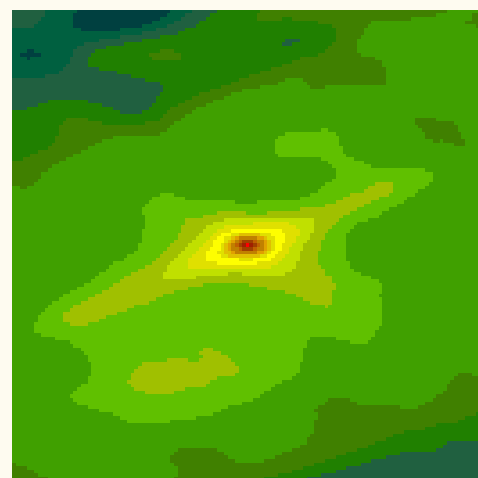
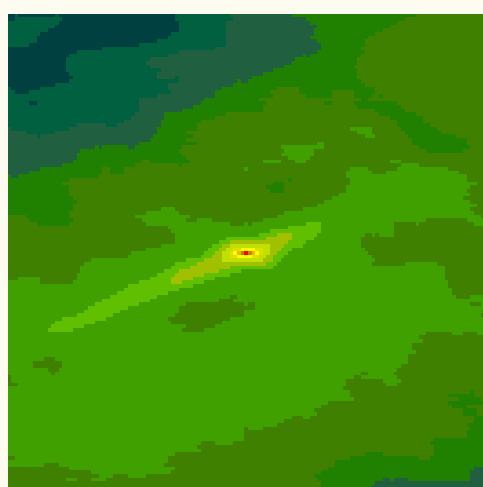
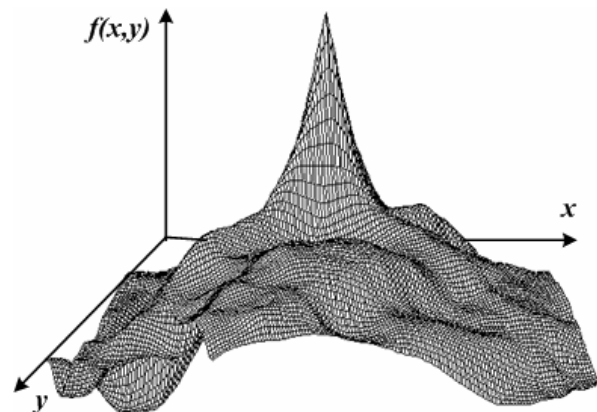
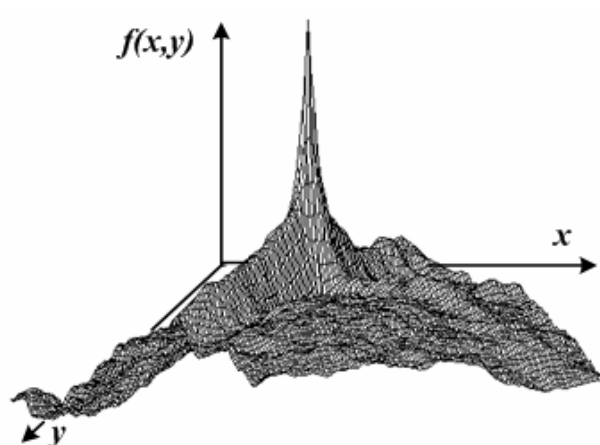


Рисунок 1.7 – Функция среднего модуля разности

Показатели качества первого приоритета (количество экстремумов ЦФ K и постоянная Липшица L) за счёт предобработки значительно улучшаются (в 5 – 7 раз). На рисунке 1.8 приведен вид нормированной корреляционной функции для исходного РЛИ (рисунок 1.8, а) и для РЛИ с кластеризацией протяженных объектов (рисунок 1.8, б). В первом случае у функции 300 экстремумов, а во втором – 30.



а

Б

Рисунок 1.8 – Вид нормированной корреляционной функции в зависимости от предобработки

Показатели качества второго приоритета (СКО значений функции $\sigma_{ЦФ}$, СКО экстремумов функции σ_{F^*} , среднее расстояние между ближайшими экстремумами $\tilde{d}_{cp}$) за счёт предобработки увеличивают своё значение на (15 – 50)%. Это происходит вследствие того, что фильтрация шума и выделения сущностей в исходном ТИ приводит к увеличению степени разброса значений критериальной функции относительно среднего значения.

Показатели качества третьего приоритета, изменяются незначительно (порядка 10 %).

Таким образом, исследование влияния степени предобработки ТИ на показатели качества ЦФ подтвердили правильность выбора предложенных показателей и их классификацию по приоритетам.

Ранжирование показателей качества ЦФ по приоритетам позволило реализовать многокритериальный выбор наиболее подходящих функций. Функция среднего модуля разности имеет самую низкую трудоемкость, и это в условиях реального времени, несомненно, очень важный показатель. Однако нормированная корреляционная функция тоже имеет свои преимущества. Данная функция принимает значения в диапазоне от 0 до 1, поэтому по найденному значению ГЭ можно судить о близости найденного значения к истинному ГЭ. Такие показатели ЦФ как количество экстремумов и постоянная Липшица у нормированной корреляционной функции лучше, чем у разностной. Это приводит к уменьшению трудоемкости метода поиска ГЭ и алгоритм поиска будет сходиться быстрее.

Таким образом, в дальнейших исследованиях будут использоваться нормированная корреляционная функция и функция среднего модуля разности.

1.3. Анализ методов поиска глобального экстремума многоэкстремальных функций

Методы, применяемые в настоящее время для решения задач оптимизации, довольно многочисленны. Среди них отсутствует метод,

который оказался бы наилучшим во всех или в подавляющем большинстве практических случаев.

Можно выделить следующие признаки для классификации методов оптимизации:

- направленность на поиск глобального экстремума: в зависимости от возможности нахождения алгоритмом локального либо глобального экстремума, они делятся на алгоритмы локального и глобального поиска;

- вид оптимизации: условная или безусловная. Чтобы решить поставленную в данной работе задачу использование специальных методов оптимизации с ограничениями не требуется. Поиск экстремума осуществляется в ограниченной области и контроль за выходом из этой области можно предусмотреть в алгоритме.

- использование производных. В глобальной оптимизации основной задачей является выявление тенденции глобального поведения целевой функции, тогда как производные характеризуют лишь ее локальное поведение. Кроме того, вычисление производных, и особенно производных второго порядка, представляет собой весьма сложную и громоздкую задачу, поэтому из рассмотрения исключаем методы использующие производные;

- размерность задачи. В целом решается двухмерная задача. Однако возможно в локальных методах использование одномерных методов поиска.

Классификация методов поиска глобального экстремума приведена на рисунке 1.9. Приводимая классификация не претендует на полноту, а лишь ориентирована на те задачи, которые поставлены в данной работе.

При решении поставленной задачи необходимо учитывать вид целевой функции, которую необходимо оптимизировать. Как было определено ранее (п.п. 1.2.3), рассматриваемая целевая функция многоэкстремальная, причем количество экстремумов может превышать несколько сотен и даже тысяч при высоком разрешении, и лишь один из них является глобальным. Поэтому в первую очередь необходимо проанализировать и выбрать для исследований методы глобального поиска.

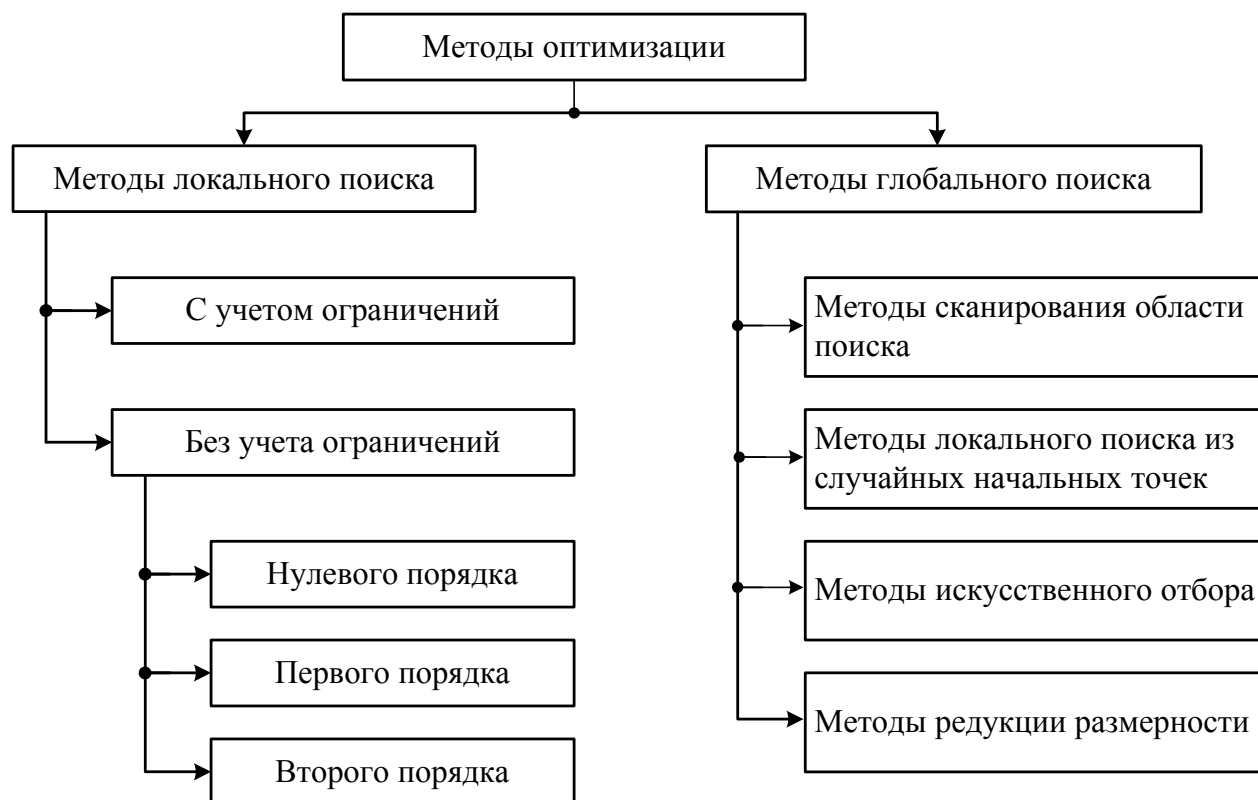


Рисунок 1.9 – Классификация методов оптимизации

1.3.1. Анализ методов поиска глобального экстремума

Идея всех методов глобальной оптимизации [21, 22] состоит в оценке значения целевой функции $F(\cdot)$ на некотором множестве точек $x = \{x_1, \dots, x_k, \dots, x_N\}$ из допустимого множества X , $x \in X$ и различие методов заключается в способах выбора этих точек.

Поскольку априорно не известно, где именно в X можно найти глобальные экстремумы, то необходимо применить некоторую стратегию, чтобы «разбросать» точки x по множеству X . Любую такую стратегию называют глобальной техникой. Целью этого этапа является нахождение хотя бы одной точки x_n в окрестности точки глобального экстремума. Далее, для получения лучшего значения функции $F(\cdot)$ к полученной точке x_n применяют алгоритм локального поиска. Метод, осуществляющий такой локальный поиск, называют локальной техникой. Причем локальный этап может использоваться однократно или многократно в следующих целях:

- для уточнения местоположения точки глобального экстремума,

грубое приближение к которой найдено с помощью одного из методов глобального поиска;

- для отыскания нескольких точек локальных экстремумов с целью выбора среди них наилучшей;
- для получения значения целевой функции, несколько лучшего, чем полученные ранее.

Существует ряд алгоритмов глобального поиска, основанных на многократном использовании локальных методов [21].

Другим важным свойством алгоритма оптимизации является сходимость генерируемой им последовательности точек к глобальному оптимальному решению. Однако в большинстве случаев получаются менее благоприятные результаты: невыпуклость функций, большая размерность задачи и другие трудности вынуждают останавливать алгоритм, если получена точка, принадлежащая некоторому множеству приближенных решений. Другими словами, для любого численного алгоритма необходимы условия остановки. Это ключевой момент, т.к. без какой-либо дополнительной информации или предположений о задаче невозможно сделать выводы о точности решения, полученного за некоторое фиксированное число шагов алгоритма. Таким образом, для четкого определения условий остановки алгоритма необходима дополнительная информация или предположения, или же условия остановки должны быть эвристическими. Это подтверждает высказанный ранее факт [22], что задача глобальной оптимизации в общем случае трудно разрешима, и мы должны быть готовы принять полученное на некотором шаге поиска приближение за решение задачи. Таким образом, получить численное решение задачи глобальной оптимизации означает получить точку $x \in X^{opt}(\varepsilon) = \{x \in X \mid F(x) \leq F_{opt} + \varepsilon\}$, где $F_{opt} = \min_{x \in X} F(x)$, а величина ε неизвестна.

Любой численный метод имеет свои преимущества и недостатки, в

связи с чем возникает вопрос о сравнении различных методов. Существует ряд факторов, которые следует учитывать при оценке эффективности алгоритмов и их сравнении. Так, универсальность алгоритма определяется тем классом задач, для решения которых он предназначен, а также рамками требований, предъявляемых алгоритмом к задачам данного класса. Другими важными характеристиками алгоритма является его надежность (или устойчивость), точность, чувствительность к параметрам и исходным данным, затраты на предварительную обработку и вычисления.

К сожалению, для решения задачи глобальной оптимизации не существует универсального по эффективности алгоритма. Поэтому при разработке специфических методов глобальной оптимизации в первую очередь учитывают свойства целевой функции $F(\cdot)$ и допустимого множества рассматриваемого класса задач, для которых разрабатывается метод.

Все известные методы глобальной оптимизации можно разделить на две категории: детерминированные и стохастические [21]. Метод является детерминированным, если при поиске экстремума ни разу не используются случайные значения его параметров. Поэтому большинство детерминированных методов теряют эффективность и надежность с возрастанием размерности задачи. Более того, чтобы гарантировать успех, такие методы требуют выполнения дополнительных предположений, наложенных на функцию цели. Стохастические алгоритмы позволяют уйти от проблем детерминированных алгоритмов. Здесь стохастический подход присутствует не только в разработке и анализе алгоритма, но и используется в решении базовых проблем, например, при определении условия остановки. Большинство стохастических методов оценивают значение функции цели в случайных точках допустимого множества с последующей обработкой выборки. Как следствие, стохастические методы не гарантируют успех.

Для решения поставленной задачи представляют интерес методы локального поиска из случайных начальных точек. Исторически первым методом является *метод Монте-Карло*, на базе которого был создан *метод*

мультистарта. В методе *мультистарта* из множества X случайно или детерминировано выбирается некоторое подмножество из N точек. Последовательно из каждой точки запускается алгоритм локального спуска, и из полученного множества локальных решений выбирается наилучшее. Основная сложность при практической реализации метода мультистарт состоит в следующем. Для того чтобы с высокой надежностью отыскать точку глобального экстремума, необходимо для локальных алгоритмов взять существенно больше начальных точек, чем число локальных минимумов (максимумов) функции F (которое к тому же обычно неизвестно). Но при этом, большая часть вычислительных затрат будет связана с нахождением точек локальных минимумов, найденных ранее. Метод мультистарта можно назвать прототипом таких методов как поэтапное сканирование и случайный поиск.

Метод сканирования области поиска заключается в последовательном переборе всех точек в заданной области и в выборе из них той, в которой значение функции имеет глобальный экстремум. Данный способ имеет наилучший результат, но самую большую трудоемкость, т.к. при размере области сканирования $N \times M$ количество вызовов целевой функции будет равно $N \times M$. Поэтому, предпочтительнее *поиск (сканирование) с шагом больше 1, а далее уточнение* или *поэтапное сканирование* с целью уменьшения количества вычислений целевой функции.

При использовании этого метода на первом этапе область сканирования разбивают сеткой с крупным шагом, проводят сканирование и находят точку (узел сетки) с наименьшим (наибольшим) значением целевой функции. На втором этапе окрестность найденного экстремума разбивают более мелкой сеткой, проводят на ней сканирование, находят на ней экстремум, измельчают вокруг него сетку и т.д. (рисунок 1.10).

Этот метод позволяет уменьшить вычислительные затраты по сравнению с обычным сканированием при одинаковой точности отыскания экстремума, но появляется опасность «потери» глобального экстремума, особенно на начальных этапах поиска. Поэтому в данном методе очень важно правильно

выбрать шаг сканирования.

В общем случае решение многоэкстремальных задач без элемента случайности практически невозможно, поэтому случайный поиск приобретает решающее значение при решении многоэкстремальных задач. Эти методы отличаются простотой, устойчивой сходимостью, относительно высокой эффективностью.

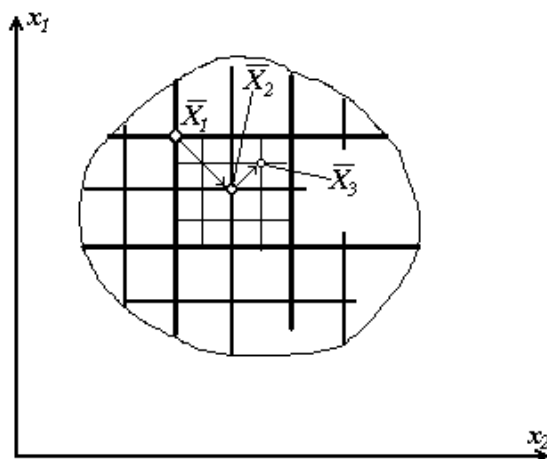


Рисунок 1.10 – Поэтапное сканирование

Алгоритм случайного поиска реализуется следующим образом:

1. В допустимой области X случайным образом выбирают точку $\bar{x}_1 \in X$. Приняв эту точку за исходную и используя некоторый детерминированный метод или алгоритм направленного случайного поиска, осуществляется спуск в точку локального минимума $\bar{x}_1^* \in X$, в области притяжения которой оказалась точка $\bar{x}_1$.
2. Затем выбирается новая случайная точка $\bar{x}_2 \in X$ и по той же схеме осуществляется спуск в точку локального минимума $\bar{x}_2^* \in X$, и т.д. (рисунок 1.11).

Поиск прекращается, как только некоторое через заданное число n раз не удастся найти точку локального экстремума со значением функции, меньшим (большим) всех предыдущих.

Случайный поиск, как и другие методы, имеет множество модификаций.

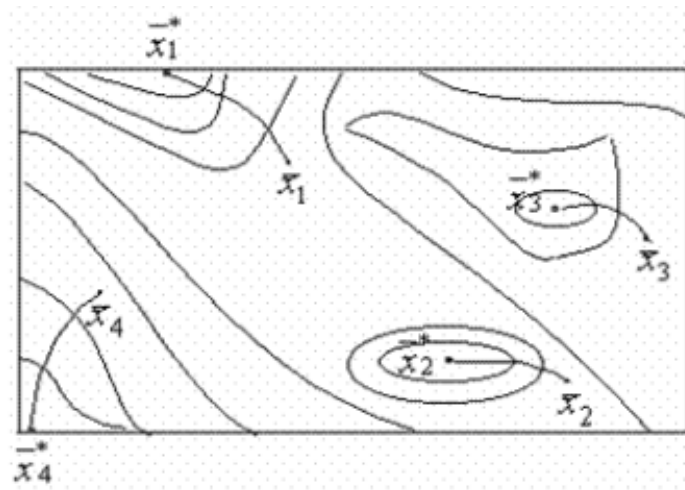


Рисунок 1.11 – Случайный поиск

Эволюционные алгоритмы (ЭА) являются поисковыми методами, которые используют методологию на основе эволюционных принципов и генетических свойств наследственности для решения разнообразных задач оптимизации. Сочетание «наследственность + изменчивость + естественный отбор» представляет пример «природной» реализации известного метода проб и ошибок, а поэтому претендует на универсальность применения наряду с последовательным перебором и случайным поиском. Общая схема эволюционного поиска и соответствующие каждому этапу эволюционные принципы представлены на рисунке 1.12. Также на рисунке для сравнения общая схема генетического алгоритма (ГА), одного из самых распространенных видов ЭА [23, 24, 25, 26].

Такие алгоритмы отличаются от традиционных методов оптимизации тем, что поиск производится из «популяции» решений, а не из одной точки. Каждая итерация метода производит «естественный отбор», который отсеивает неподходящие решения. Решения с высокой пригодностью («биологической реакцией на естественный отбор») «скрещиваются» с другими решениями путем обмена частей одних решений на другие. Решения могут «мутировать» из-за небольших замен одного элемента решения. Скрещивания и мутации генерируют новые решения, которые «генетически» настроены на области допустимого множества, для которых уже было обнаружено хорошее решение.



Рисунок 1.12 – Общая схема эволюционного поиска

ЭА обладают слабой сходимостью к глобальному решению, но вместе с тем, хорошо обрабатывают сильно зашумленные функции с большим числом незначительных локальных решений, не «прилипают» к локальным экстремумам и способны получить глобальное решение.

Другая группа методов поиска глобального экстремума функций многих переменных основана на *редукции размерности*, в том числе на использовании одномерных алгоритмов [21, 27, 28].

Общая идея редукции многомерных задач к одномерным вытекает из возможности непрерывного однозначного отображения отрезка $[0, 1]$ вещественной оси на гиперкуб $X = [0, 1]^n$. Если φ – непрерывное однозначное отображение промежутка $[0, 1]$ на куб $[0, 1]^n$, то

$$\min_{x \in X} f(x) = \min_{t \in [0, 1]} f(\varphi(t)), \quad (1.27)$$

т.е. решение многомерной задачи минимизации $f(x)$ сводится к минимизации одномерной функции $f(\varphi(t))$.

Схема редукции (1.27) обеспечивает построение постепенно уплотняющейся под заданную точность непрерывной сетки сразу по всей области X .

Таким образом, почти все методы глобальной оптимизации используют методы локальной оптимизации, по крайней мере, для того чтобы улучшить уже найденную оценку глобального решения, поэтому независимо от применяемой глобальной техники, использование локальной техники является важной частью любого метода глобальной оптимизации. Возникает необходимость исследовать и улучшить показатели качества локальных методов поиска глобального экстремума.

Для дальнейшего исследования выбраны следующие методы глобальной оптимизации:

- поэтапное сканирование. На первом этапе, используя метод сканирования с шагом больше 1, определяется приближенное значение глобального экстремума целевой функции, а на втором этапе, используя локальный метод, определяется точное значение глобального экстремума;
- метод локального поиска из случайных начальных точек – мультистарт;
- метод искусственного отбора – генетический алгоритм;
- метод редукции размерности задачи с использованием разверток типа Пеано.

1.3.2. Анализ методов поиска локального экстремума

В теории локальной оптимизации можно различить два методологически различных подхода [22]: первый, когда направление спуска выбирается на основании локальной (в окрестности текущей точки) модели целевой функции,

например линейной (метод наискорейшего спуска) или квадратичной (метод Ньютона); второй, когда направление движения определяется некоторыми другими соображениями, без использования непосредственно модели функции, например, метод Нелдера—Мида, различные версии случайного поиска. Согласно этому, наиболее общей классификацией локальных алгоритмов является разделение их на алгоритмы спуска и поисковые. Первые иногда характеризуются как математические, а вторые — как эвристические.

Задача локальной минимизации ставится следующим образом [29, 30, 31, 32]. Пусть $f(x)$ – дифференцируемая ограниченная снизу функция, заданная на некотором множестве X , являющемся измеримым подмножеством R^n ($n \geq 1$). Точка x_* называется точкой локального минимума функции $f(x)$, если существует такое значение $\varepsilon > 0$, что $f(x_*) \leq f(x)$ при всех $x \in B_\varepsilon(x_*) = \{x \in X \mid |x - x_*| \leq \varepsilon\}$.

Если точка локального минимума x_* у функции $f(x)$ единственная, то она совпадает с точкой глобального минимума $x_* = \arg \min f(x)$ функции $f(x)$, а функция $f(x)$ в этом случае называется одноэкстремальной (унимодальной). Задачей локальной оптимизации является приближенное отыскание какой-либо точки локального минимума.

Если множество X совпадает с R^n , то задача локальной оптимизации называется задачей *безусловной (локальной) оптимизации*, в противном случае – задачей *условной оптимизации* или задачей *оптимизации при ограничениях*.

При решении задач локальной оптимизации предполагается, что функция f , а часто и ее производные могут быть вычислены в любой точке $x \in X$ без ошибки. Для приближенного отыскания точки x_* и величины $F(x_*)$ в алгоритмах локальной оптимизации строится последовательность точек $x_1, \dots, x_k, \dots, x_N$ из X , при некоторых предположениях сходящаяся к x_* .

При решении задач безусловной локальной оптимизации

последовательность точек $x_1, \dots, x_k, \dots, x_N$ определяется рекуррентным соотношением

$$x_{k+1} = x_k + h_k s_k, \quad k = 0, 1, \dots,$$

где x_0 – некоторая точка из X , называемая *начальным приближением*;

$s_1, s_2, \dots$ – векторы, называемые *направлениями движений* (из точек x_k);

$h_1, h_2, \dots$ – неотрицательные числа, называемые *длинами шагов*.

Методы локальной оптимизации различаются способами выбора длины шага h_k и направления движения s_k .

Разнообразны и способы выбора направления движения s_k . В зависимости от используемой при построении s_k информации методы локальной оптимизации делятся на три группы [21, 33]:

- *поисковые методы или нулевого порядка*, использующие только вычисление функции;
- *методы первого порядка*, использующие вычисления функции и ее градиента;
- *методы второго порядка*, использующие вычисления функции, ее градиента и матрицы Гессе.

Методы, которые используют производные целевой функции, требуют для получения результата с заданной точностью наименьшее число шагов (итераций), т.е. они имеют более быструю сходимость. Однако для целевых функций реальных объектов часто бывает затруднительно вычисление производных. Вычисление вторых производных для достаточно сложной функции часто представляет собой еще более сложную, громоздкую и дорогостоящую процедуру. Кроме того, производные характеризуют лишь локальное поведение целевой функции, а в глобальной оптимизации основной задачей является выявление тенденций глобального поведения целевой функции. Поэтому для решения поставленной задачи необходимо рассмотреть

методы, которые используют только значение самой целевой функции – методы нулевого порядка.

Наиболее популярными локальными алгоритмами нулевого порядка (поисковыми алгоритмами) являются Роземброка (вращающихся координат), деформируемого многогранника (метод Недлера-Мида) и метод конфигураций (метод Хука-Дживса) [33, 34]. Рассмотрим немного подробнее эти методы.

Метод конфигураций (метод Хука-Дживса [R.Hooke, T.A. Jeeves]) представляет собой комбинацию *исследующего поиска* с циклическим изменением переменных и *ускоряющего поиска по образцу*. Исследующий поиск ориентирован на выявление локального поведения целевой функции и определение направления ее убывания вдоль «оврагов». Полученная информация используется при поиске по образцу при движении вдоль «оврагов».

Суть *метода Розенброка* [Rosenbrock H.H.] состоит в следующем. Задается начальная точка. Из нее осуществляется итеративный поиск направления убывания функции с помощью изменяемых дискретных шагов вдоль n линейно независимых и ортогональных направлений.

В основу *метода деформируемого многогранника* (метода Нелдера-Мида [J.A.Nelder, R.Mead]) положено построение последовательности систем $n+1$ точек $x^i(k)$, $i=1, \dots, n+1$, которые являются вершинами выпуклого многогранника. Точки системы $x^i(k+1)$, $i=1, \dots, n+1$ на $k+1$ итерации совпадают с точками системы $x^i(k)$, $i=1, \dots, n+1$, кроме $i=h$, где $x^h(k)$ – наихудшая в системе $x^i(k)$, $i=1, \dots, n+1$, т.е. $f(x^h(k)) = \max_{1 \leq i \leq n+1} f(x^i(k))$. Точка $x^h(k)$ заменяется на другую точку по специальным правилам. В результате многогранники деформируются в зависимости от структуры линий уровня целевой функции, вытягиваясь вдоль длинных наклонных плоскостей, изменяя направление в изогнутых впадинах и сжимаясь в окрестности минимума. Построение последовательности многогранников заканчивается, когда значения функции в вершинах текущего многогранника отличаются от

значения функции в центре тяжести системы $x^i(k)$, $i = 1, \dots, n+1$; $i \neq h$ не более чем на $\varepsilon > 0$.

При решении поставленной задачи многогранник – это треугольник, так как поиск осуществляется в двухмерном пространстве.

Из рассмотренных методов наиболее предпочтительным является метод деформируемого многогранника, так как в этом методе сразу выбираются три точки для начального поиска экстремума, а не одна как в двух других методах. Это позволяет лучше использовать («осязать») пространство поиска, что создает предпосылки для улучшения метода с целью повышения вероятности попадания в глобальный экстремум.

В дальнейшем осуществляется модернизация метода деформируемого многогранника с целью повышения вероятности попадания в глобальный экстремум.

1.4. Критерии оценки алгоритмов поиска экстремумов при корреляционно-экстремальном совмещении изображений

Алгоритмы можно исследовать аналитически или экспериментально. Первый подход может быть использован только для относительно ограниченного класса задач. Будем оценивать эффективность алгоритмов с экспериментальным путем.

Результаты любого экспериментального сравнения алгоритмов в значительной степени зависят от того, как алгоритмы запрограммированы для ЭВМ. Небольшие изменения в критериях окончания процесса, процедурах одномерного поиска, процедурах обращения матриц, перезадавания и т. п. сильно влияют на эффективность конкретной реализации алгоритма. Даже изменение начального шага в одномерном поиске оказывает серьезное влияние на траекторию поиска при оптимизации функции. Для повышения эффективности многих алгоритмов требуется введение эвристической логики. Такая логика основывается на опыте экспериментальных неудач и имеет мало общего с фундаментальными понятиями, лежащим в основе

алгоритма, но, тем не менее, делает его работоспособным.

Для оценки эффективности алгоритмов оптимизации введем множество показателей качества метода поиска ГЭ $Q_M = \{q_{M1}, q_{M2}, \dots, q_{MN}\}$, в который входят следующие критерии оценки эффективности алгоритмов [34]:

- точность определения координат ГЭ;
- вероятность нахождения ГЭ;
- трудоемкость алгоритма поиска ГЭ.

Приемлемая погрешность определения координат ГЭ определяется фундаментальными требованиями области приложения задачи решения поиска глобального экстремума. Обычно приемлемая погрешность задается в виде параметрического ограничения вида:

$$|E| \leq \varepsilon^*,$$

где $|E| = |(\varepsilon_x, \varepsilon_y)|$ – норма вектора по координатным погрешностям;

ε^* – допустимое значение погрешности.

При формировании критериальной функции при совмещении ТИ и ЭИ или просто двух изображений обычно требуется пиксельная или даже субпиксельная погрешность определения координат $x^* \in R^2$. В данной работе используется Евклидова норма вектора и значения порога $\varepsilon^* = 1 \dots 4$. Погрешность определения координат ГЭ зависит от критериев окончания вычислительной процедуры.

Для ярко выраженной мультимодальной ЦФ $f(x)$ на передний план выходит критерий надежности нахождения ГЭ среди множества локальных. Поэтому необходимо учитывать не только точность нахождения экстремума, но и вероятность нахождения именно ГЭ с заданной погрешностью.

Третий критерий – трудоемкость алгоритма поиска ГЭ. При решении поставленных задач целесообразно использовать не абсолютные величины трудоемкости, такие как машинное время, а относительные – количество вызовов ЦФ $N_{ЦФ}$ или количество итераций, необходимых для достижения

определенной точности. Итерация для данной задачи означает выбор нового направления поиска. Безусловно, первый критерий лучше, чем критерий, использующий число итераций, поскольку последний меняется в очень широких пределах для разных алгоритмов.

Таким образом, в качестве показателей эффективности Q_M для алгоритмов поиска ГЭ целесообразно принять пару показателей $Q_M = (N_{ЦФ}, P)$, где P – вероятность попадания в ГЭ с заданной погрешностью ε^* и $N_{ЦФ}$ – количество вызовов ЦФ, использованное для этого. Каждому i -му методу в координатах $(N_{ЦФ}, P)$ соответствует уравнение вида:

$$F_i(N_{ЦФ}, P)_{\gamma_i} = 0, \quad (1.28)$$

где γ_i является параметром i -го метода, изменение которого позволяет перераспределить соотношения между показателями P и $N_{ЦФ}$. Параметр может быть один, например, при методе сканирования, это шаг сканирования, а у генетического алгоритма два параметра – размер популяции и количество поколений. Указанную пару показателей удобно изобразить на плоскости точкой с координатами $(N_{ЦФ}, P)$. Каждому алгоритму поиска можно сопоставить множество таких точек, соответствующих различным значениям параметров, входящих в описание алгоритма.

Решение уравнения (1.28) для различных γ_i называется качественной характеристикой алгоритма (КХА). Если при выбранном значении $N_{ЦФ}$ качественная характеристика одного алгоритма лежит выше качественной характеристики другого алгоритма, то первый алгоритм обеспечивает большую вероятность попадания в ГЭ, при тех же затратах на поиск. Если при выбранном значении P качественная характеристика одного алгоритма лежит левее качественной характеристики другого алгоритма, то первый алгоритм требует меньших затрат для достижения той же вероятности попадания в ГЭ.

Таким образом, качественные характеристики позволяют сравнивать различные алгоритмы поиска ГЭ.

Предметом самостоятельного исследования является анализ КХА в плоскости $(N_{цф}, P)$, так как в многих практических приложениях удастся почти полностью скомпенсировать взаимные искажения.

При наличии искажений множество показателей качества метода поиска ГЭ примет следующий вид: $Q_M = (N_{цф}, P, Q_3)$, где $Q_3 = \{q_{31}, q_{32}, \dots, q_{3n}\}$ – подмножество показателей степени искажений изображений, q_{3i} – величина обратная ОСШ по яркости, геометрические искажения (поворот, масштаб) и другие.

Основные результаты

1. Сформулированы основные требования к временной сложности и вероятности правильного решения навигационной задачи.

2. Сформировано множество показателей качества критериальных функций, на основе которого осуществлено сравнение и отбор критериальных функций для дальнейших исследований. Проведена проверка адекватности выбранных показателей качества.

3. Сформировано множество показателей качества метода поиска глобального экстремума, которые позволяют осуществить сравнение алгоритмов и сделать выбор наилучшего из исследованных алгоритмов.

4. Определена методика оценки качества методов поиска глобального экстремума, которые будут исследоваться, разрабатываться и модернизироваться в последующих главах диссертации.

Постановка задач исследований

1. Необходимо разработать и модернизировать алгоритмы поиска глобального экстремума и провести их сравнительный анализ на основе качественных характеристик в системе координат $(N_{цф}, P)$ – трудоёмкости и вероятности нахождения глобального экстремума без учета искажений, то есть

в предположении, что искажения максимально скомпенсированы на этапе предварительной обработки изображений.

2. Необходимо провести исследования качественных характеристик алгоритмов в координатах $Q_M = (N_{ЦФ}, P, Q_3)$, с целью выделения и исследования методов поиска глобального экстремума, обладающих определенной степенью инвариантности к геометрическим и яркостным искажениям. Необходимо для каждого метода найти допустимые пороги соответствующего вида искажений при заданной вероятности правильного совмещения изображений.

3. Для решения поставленных задач необходимо разработать программный стенд, позволяющий провести моделирование методов и алгоритмов и их теоретико-экспериментальные исследования.

2. ИССЛЕДОВАНИЕ И МОДЕРНИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ПОИСКА ГЛОБАЛЬНОГО ЭКСТРЕМУМА КРИТЕРИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Совмещение ТИ и ЭИ – это сопоставление их описаний посредством критериальной функции, которая принимает экстремальное значение при совпадении ТИ и ЭИ. Наиболее часто в качестве такой критериальной функции используется взаимная корреляционная функция. При совпадении ТИ и ЭИ она достигает максимального значения.

Все исследования в соответствии с результатами, полученными в главе 1 проводились с использованием нормированной взаимной корреляционной функции и функции среднего модуля разности.

В настоящее время разработано множество численных методов для задач как безусловной, так и условной оптимизации поиска экстремума критериальной функции [21, 22]. Естественным является стремление выбрать для решения конкретной задачи наилучший метод, учитывающий специфику критериальной функции, связанную с особенностями РЛИ, позволяющий за приемлемое машинное время найти экстремум с заданными погрешностью и вероятностью того, что он является глобальным.

2.1. Допустимая зона поиска. Относительный размер эталонного и текущего изображений

Расчет значения корреляционной функции выполняется при ненулевых значениях яркости ЭИ и выбранного участка ТИ. В противном случае значение функции полагается равным 0. За координаты ЭИ принимаются координаты его верхнего левого угла на ТИ. На рисунке 2.1 показано положение и основные характеристики ТИ и ЭИ.

Точки $((0,0)$ и $(x_{\max}, y_{\max}))$ – координаты соответственно левого верхнего

и правого нижнего углов ТИ, $((x_1, y_1) \text{ и } (x_2, y_2))$ – координаты соответственно левого верхнего и правого нижнего углов ЭИ, dx и dy – размер ЭИ по координатам x и y соответственно. ЭИ перемещается по ТИ, начиная с координаты $(0, 0)$ до координаты $(x_{\max} - dx, y_{\max} - dy)$ с заданным шагом. Штриховкой показан участок ТИ, где определить значение критериальной функции нельзя.

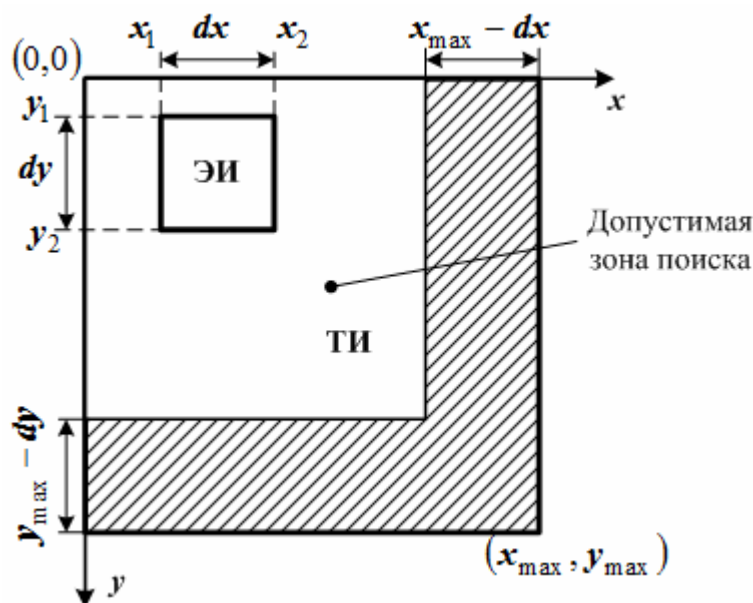


Рисунок 2.1 – Взаимное положение ТИ и ЭИ

Для оценки эффективности различных способов поиска экстремума критериальной функции используется их сравнение с некоторым эталонным способом. В качестве него целесообразно использовать простейший способ поиска экстремума критериальной функции – перебор всех возможных взаимных положений ЭИ и ТИ с заданным (при полном переборе – минимальным) шагом и вычисления значения критериальной функции для каждого положения ЭИ.

На рисунке 2.2 представлены радиолокационное изображение (РЛИ) подстилающей поверхности размером 256×256 пикселей, которое используется в качестве ТИ и результаты выполнения операции совмещения ЭИ и ТИ при использовании метода поиска экстремума перебором с шагом 5 пикселей. Сплошной линией показано истинное положение совмещаемого участка с координатами $(68, 68)$ и штриховой линией – координаты оценки положения

ЭИ – (70, 70). Расхождение истинного значения и оценки объясняется большой величиной шага перебора.

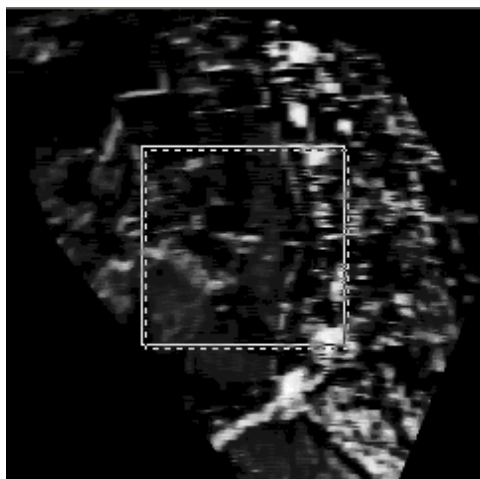


Рисунок 2.2 – Результат привязки участка ТИ и ЭИ

На рисунке 2.3 представлен вид критериальной функции в координатах (x, y) . На рисунке виден хорошо выделяющийся глобальный экстремум функции, который значительно превышает по величине многочисленные локальные экстремумы. Проведенные исследования типовых РЛИ размером 256×256 пикселей, показали наличие большого числа (от 150 до 400) локальных экстремумов критериальной функции со средним расстоянием между смежными локальными экстремумами порядка 8 – 12 пикселей. Большое число близко лежащих локальных экстремумов существенно затрудняет применение поисковых методов.

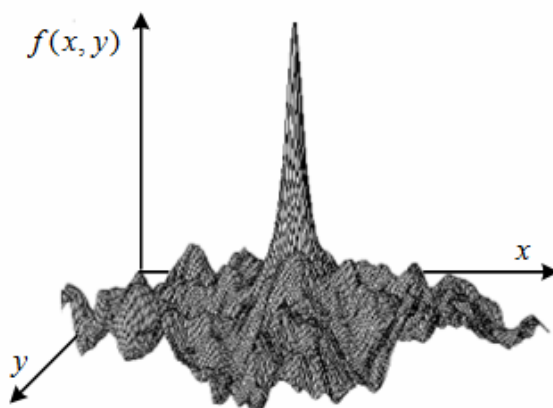


Рисунок 2.3 – График критериальной функции

Были проведены исследования на ЭВМ с процессором Intel Pentium IV и частотой 1,8 ГГц, в которых определялось время поиска экстремума критериальной функции в зависимости от относительной площади ЭИ методом перебора [35].

На рисунке 2.4 приведен график зависимости среднего времени поиска экстремума критериальной функции от размера ЭИ относительно ТИ. Временная сложность определения экстремума имеет максимальное значение при относительной площади ЭИ равной 25% от ТИ.

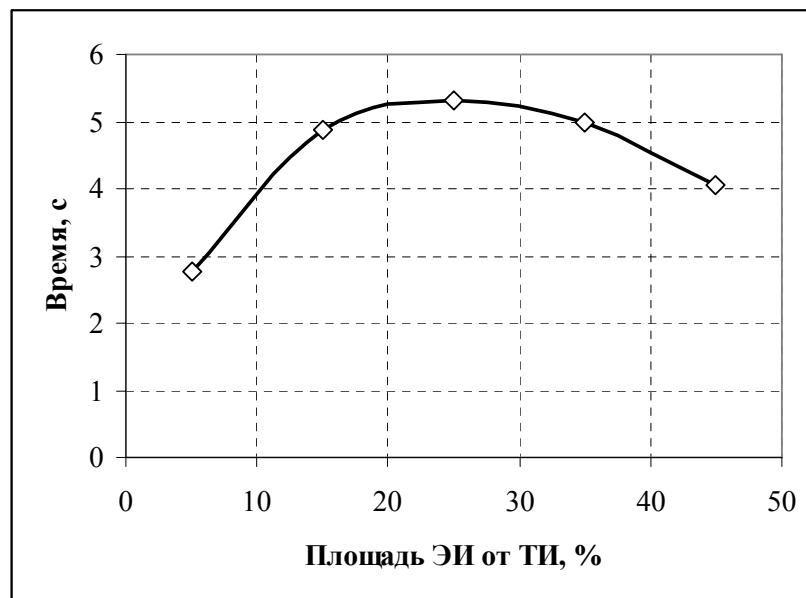


Рисунок 2.4 – Зависимость среднего времени поиска ГЭ от размера ЭИ

Этот результат хорошо подтверждает теоретическое значение максимальной трудоемкости нахождения экстремума методом перебора с шагом h . При этом число вычислений критериальной функции

$$N_{\phi} = (x_{\max} - dx + 1) \cdot (y_{\max} - dy + 1) / h^2.$$

Для упрощения будем считать, что ЭИ и ТИ имеют форму квадратов, тогда $N_{\phi} = (x_{\max} - dx + 1)^2 / h^2$.

Число операций при вычислении одного значения функции $N_{on} = k \cdot dx^2$, где k – постоянный коэффициент, зависящий от типа критериальной функции. Общее число операций для вычисления всех значений критериальной функции

$$N = N_{\phi} \cdot N_{on} = k \cdot dx^2 (x_{\max} - dx + 1)^2 / h^2 .$$

Максимум N достигается при значении $dx = x_{\max} / 2$. При этом относительная площадь ЭИ $dx^2 / x_{\max}^2 = 1/4$ или 25 %.

На рисунке 2.5 приведен график зависимости времени поиска глобального экстремума критериальной функции от относительной площади ЭИ и шага поиска h . Зависимость показывает, что даже при большом h временная сложность не позволяет использовать этот алгоритм в реальном времени на борту ЛА.

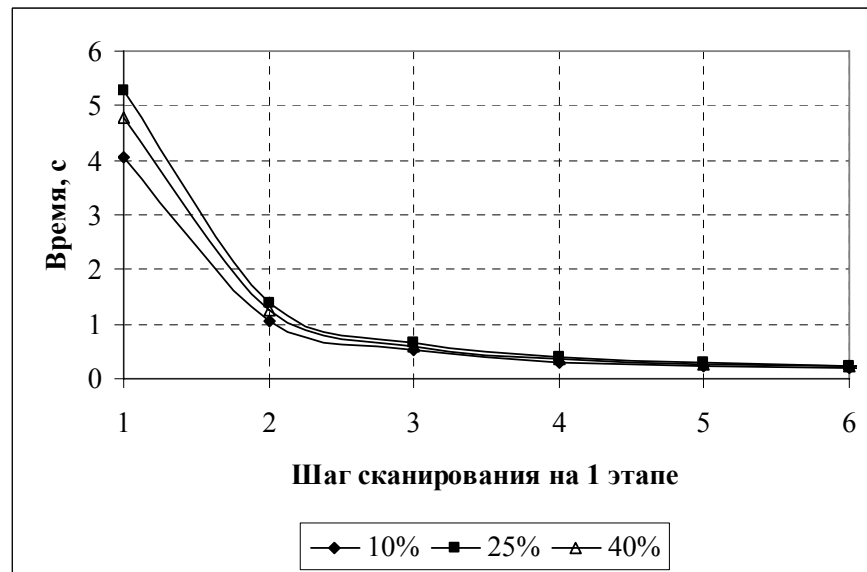


Рисунок 2.5 – График зависимости времени поиска экстремума критериальной функции от размера ЭИ и шага поиска

Поэтому задача разработки специальных алгоритмов поиска глобального экстремума является актуальной.

2.2. Анализ метода поэтапного сканирования

Единственным методом, который дает полную гарантию нахождения ГЭ критериальной функции, имеющей явно выраженный мультимодальный характер, является сканирование всей области поиска с минимально возможным шагом. В случае использования растровых изображений это равносильно использованию всех возможных положений ЭИ и ТИ, т.е. вычисление КФ для каждого пикселя допустимой зоны поиска ТИ.

В данном параграфе было проведено исследование и сравнение следующих двухэтапных методов:

1. Сканирование (перебор) с шагом $h_1 > 1$ по каждой координате на 1-ом этапе и на 2-ом этапе полный перебор с шагом $h_2 = 1$ в зоне $\pm h_1$ относительно координат оптимального значения критериальной функции, найденных на 1-ом этапе.

2. Сканирование (перебор) с шагом $h_1 > 1$ по каждой координате на 1-ом этапе и на 2-ом этапе применение одного из эффективных поисковых методов – метода деформируемого многогранника (МДМ) [33, 34] с начальным расположением деформируемого многогранника (треугольника для плоскости) в границах зоны $\pm h_1$ относительно координат оптимального значения критериальной функции, найденных на 1-ом этапе.

Наибольшее допустимое значение шага сканирования h_1 , которое можно использовать на 1-ом этапе, связано с допустимой минимальной вероятностью нахождения именно глобального экстремума P , и соответственно исключение сползания в один из локальных экстремумов. Значения P близкие к 1 следует ожидать при условии, что $h \leq \tilde{d}_{cp}/2$, где $\tilde{d}_{cp}$ – среднее расстояние между смежными локальными экстремумами. Значение характерное для РЛИ $\tilde{d}_{cp} = 10 \div 14$ пикселей, следовательно максимальное допустимое значение $h_1 = 5$.

Метод МДМ осуществляет поиск безусловного минимума функции $f(x)$ многих переменных. Сущность метода состоит в следующем.

Задаются начальные координаты вершин многогранника $x_1, \dots, x_n$ и погрешность вычисления экстремума $\varepsilon > 0$. Вычисляются значения n -мерной критериальной функции $f(x)$ в каждой из вершин многогранника. Минимальное значение критериальной функции будет соответствовать «наилучшей» вершине многогранника x_l , а максимальное – «наихудшей» вершине – x_h . Через вершину x_h и «центр тяжести» остальных вершин

проводится проецирующая прямая, на которой находится точка x_s с меньшим значением целевой функции, чем в вершине x_h . Затем исключается вершина x_h . Из оставшихся вершин и точки x_s строится новый многогранник, с которым повторяется описанная процедура. В процессе выполнения данных операций многогранник изменяет свои размеры и форму. Алгоритм завершается, когда значения функции в вершинах текущего многогранника отличаются от значения функции в «центре тяжести» системы не более чем на ε . В качестве приближенного решения выбирается «наилучшая» вершина текущего многогранника: $x^* \approx x_l$. В экспериментах использовались параметры МДМ, рекомендованные Нелдером и Мидом: коэффициенты отражения $\alpha=1$, сжатия $\beta=0,5$, растяжения $\gamma=2$.

Результаты исследований обоих двухэтапных методов приведены на рисунках 2.6 и 2.7, на которых отображаются зависимости вероятности P попадания в ГЭ и количества вычислений ЦФ от шага сканирования на первом этапе при погрешности вычисления координат экстремума критериальной функции равной 1 пиксел. Исследования проводились на нескольких ТИ, полученных от РЛС, при различных случайных положениях ЭИ относительно ТИ.

На рисунке 2.6 отчетливо наблюдается срыв достоверного определения глобального экстремума при шага сканирования 1-го этапа $h_1 > 5$, что подтверждает выбранное условие $h_1 \leq \tilde{d}_{cp}/2$. Как следует из рисунка 2.7 при $h_1 = 5$, переход на 2-ом этапе от полного перебора к поисковому методу МДМ дает лишь небольшой выигрыш (около 10 %) в сокращении времени поиска. Анализируя полученные зависимости, можно при снижении требований к P до уровня 0,85, который достигается при $h_1 = 8$ получить выигрыш в сокращении времени поиска более чем в 2 раза. Заметим, что по сравнению с одноэтапным методом полного перебора $h=1$ выигрыш в сокращении времени поиска для первого и второго двухэтапных методов при $h_1 = 5$ составляет 19,4 и 23 раза соответственно.

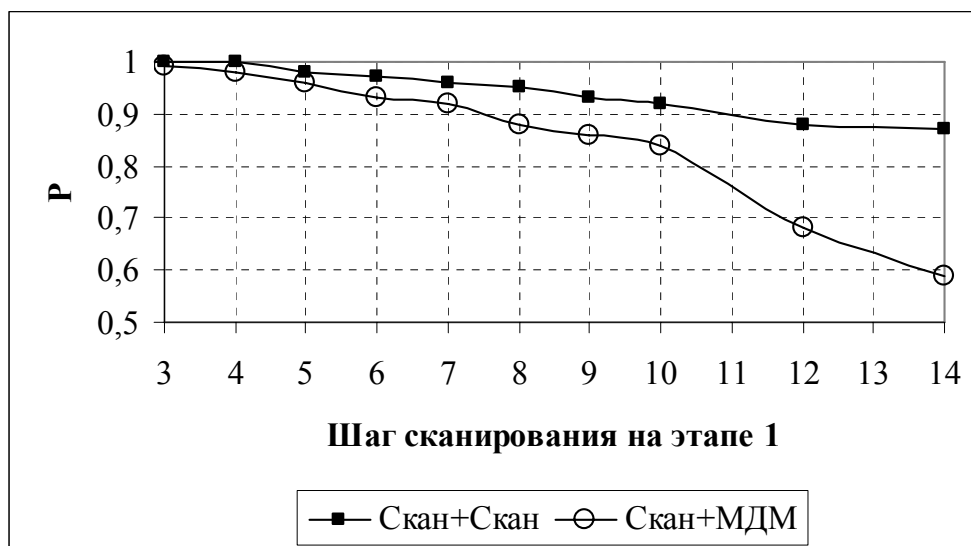


Рисунок 2.6 – Вероятность нахождения глобального экстремума для двухэтапных методов

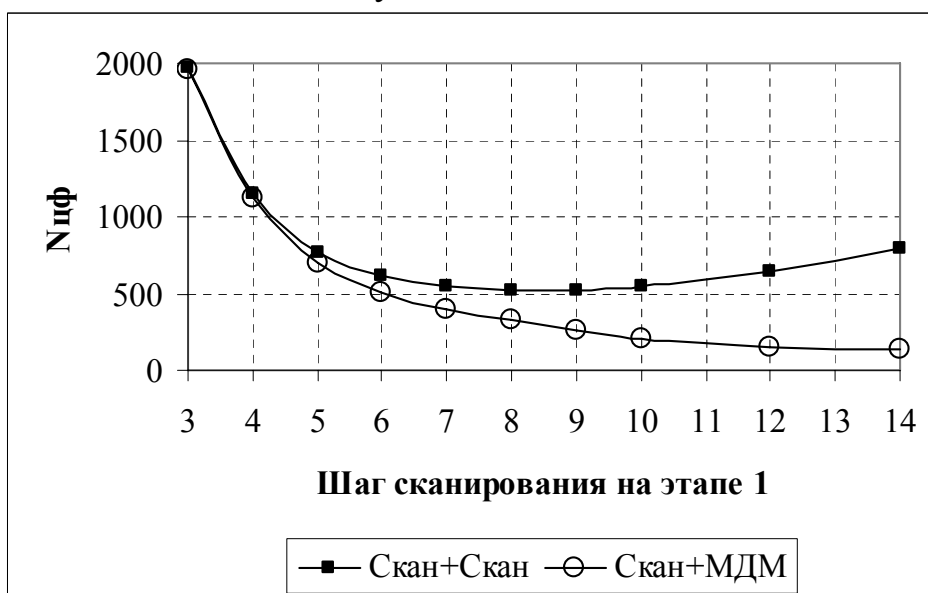


Рисунок 2.7 – Временная сложность двухэтапных методов

КХА поэтапного сканирования представлена на рисунке 2.8. Параметром метода γ здесь является шаг сканирования на первом этапе. Из рисунка видно, что минимальная временная сложность для двухэтапного сканирования, когда на втором этапе используется метод сканирования с шагом 1, составляет 520 вызовов ЦФ, при этом вероятность попадания в ГЭ составляет 0,93. Для того чтобы достигнуть вероятность попадания в ГЭ 0,98, количество вычислений ЦФ составит 770, а для достижения вероятности 0,95 потребуется 520 вызовов ЦФ. Если использовать на 2-м этапе МДМ, то количество вызовов ЦФ равно

1100, для получения вероятности попадания в ГЭ 0,98 и 620 вызовов ЦФ для получения вероятности попадания в ГЭ 0,95.

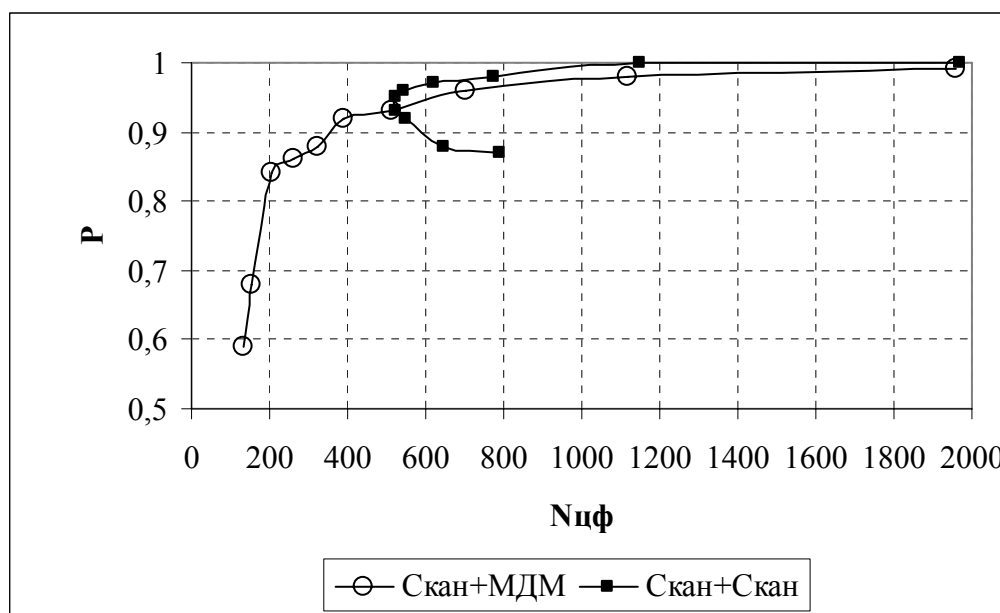


Рисунок 2.8 – КХА сканирования для двухэтапных методов

Таким образом, в поэтапном сканировании лучшим является метод сканирования с шагом $h_1 > 1$ по каждой координате на первом этапе и полный перебор на втором этапе с шагом $h_2 = 1$ в зоне $\pm h_1$ относительно координат оптимального значения критериальной функции, найденных на 1-ом этапе.

2.3. Модификация метода деформируемого многогранника

Существенное сокращение количества вычислений критериальной функции дают поисковые методы. Среди них одним из эффективных методов является метод деформируемого многогранника (МДМ) [33, 34]. Данный метод, как и любой другой поисковый метод, результативен при поиске экстремума только унимодальных функций.

Цель модификации МДМ – увеличение вероятности попадания в глобальный экстремум за счет анализа поведения критериальной функции на линии деформации многогранника.

На прямой из худшей вершины h через «центр тяжести» мы рассматриваем только три точки (при отражении, растяжении и сжатии), но как показывают эксперименты, найденный минимум не всегда является

глобальным, что видно из графика, приведенного на рисунке 2.9. График показывает, как ведет себя функция $f(L)$ на прямой, проведенной из вершины h через «центр тяжести». В качестве единицы измерения по оси абсцисс используется величина L - расстояние между вершиной h и центром тяжести. Значения функции отрицательные, потому что в МДМ ищется минимум.

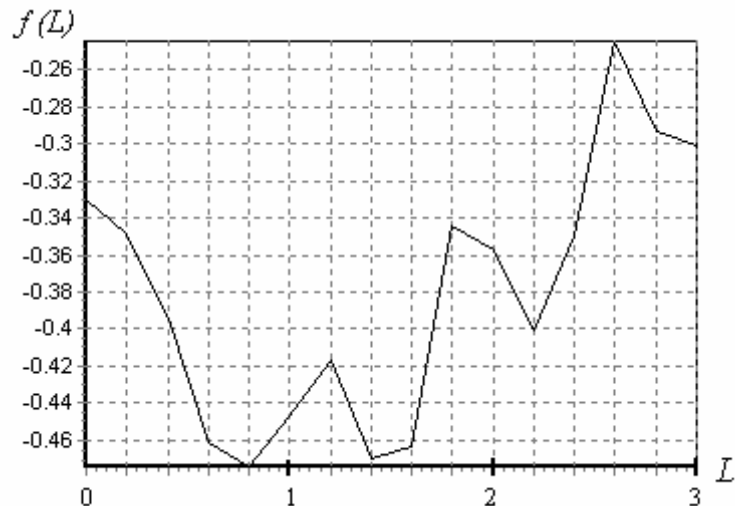


Рисунок 2.9 – Поведение критериальной функции на прямой из «худшей» вершины

Следующим недостатком МДМ является то, что вершины многогранника могут попадать в зону, где значение функции неопределенно. Это приводит к «расхождению» алгоритма и заикливанию. Следовательно, в алгоритме нужно предусмотреть защиту от выхода вершин треугольника за пределы допустимой зоны поиска.

Задачи модификации МДМ:

- избавиться от эвристических значений коэффициентов отражения $\alpha=1$, сжатия $\beta=0,5$, растяжения $\gamma=2$ за счет анализа поведения критериальной функции на линии движения из худшей вершины;
- более точное определение «центра тяжести»;
- защита от выхода вершин многогранника за пределы допустимой зоны поиска.

Суть предлагаемого модифицированного метода деформируемого многогранника (ММДМ) заключается в следующем [36, 37, 38]:

Шаг 1. Определить допустимую зону поиска. Зная координаты ТИ $(0,0)$ и $(x_{\max}, y_{\max})$ – координаты соответственно левого верхнего и правого нижнего углов ТИ и линейные размеры ЭИ, по координатам x и y - dx, dy соответственно определяем координаты допустимой зоны поиска $(x_{\max} - dx, y_{\max} - dy)$.

Шаг 2. Задать начальные координаты вершин многогранника (треугольника, так как в данном приложении используется двухмерное пространство поиска экстремума функции) x_1, x_2, x_3 в пределах допустимой зоны. Задать погрешность вычисления экстремума $\varepsilon > 0$.

Шаг 3. Среди вершин найти «наилучшую» l и «наихудшую» h , соответствующие минимальному и максимальному значениям функции (рисунок 2.10):

$$f(l) = \min_{j=1, \dots, 3} f(x_j); \quad f(h) = \max_{j=1, \dots, 3} f(x_j),$$

а также точку s , в которой достигается второе по величине после максимального значение функции $f(s)$.

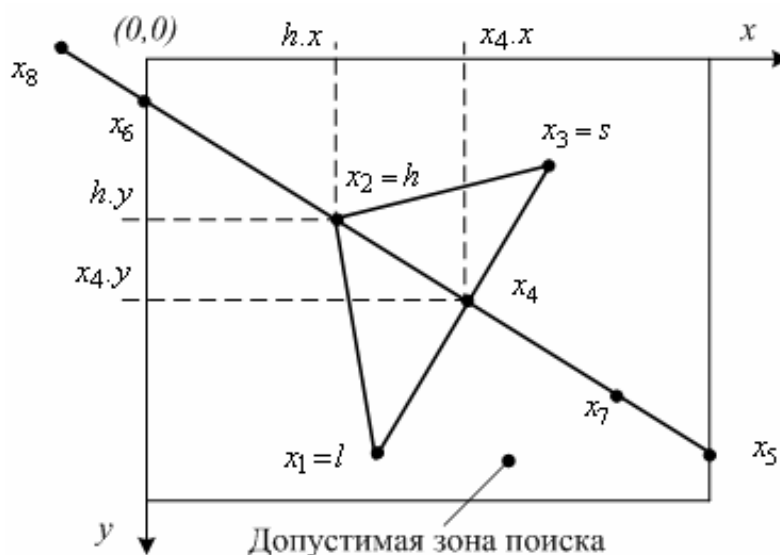


Рисунок 2.10 – Иллюстрация модифицированного метода деформируемого многогранника

Шаг 4. Найти «центр тяжести» всех вершин многогранника за исключением наихудшей h :

$$x_4 = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^3 x_j - h \right] = \frac{1}{2} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq h}}^3 x_j.$$

В отличие от классического МДМ предлагается более эффективный вариант определения «центра тяжести» с учетом весовых коэффициентов, зависящих от значений $f(x_j)$:

$$x_4 = \frac{x_l \cdot f(x_l) + x_s \cdot f(x_s)}{f(x_l) + f(x_s)}.$$

Шаг 5. Проверить условие окончания:

- если $\sigma = \left\{ \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 [f(x_j) - f(x_4)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \leq \varepsilon$, то процесс поиска можно

завершить и в качестве приближенного решения взять наилучшую точку текущего многогранника: $x^* \cong l$;

- если $\sigma > \varepsilon$, продолжать процесс.

Шаг 6. Определить длину L из вершины h до «центра тяжести» x_4 по формуле $L = \sqrt{(x_4 \cdot x - h \cdot x)^2 + (x_4 \cdot y - h \cdot y)^2}$.

Шаг 7. Определение уравнения прямой из вершины h через «центр тяжести» x_4 .

Шаг 8. Определение граничных координат прямой – точки пересечения прямой и границ допустимой зоны поиска: точки x_5 и x_6 .

Шаг 9. Часть прямой из вершины h к «центру тяжести» в дальнейшем будем называть «основной». Часть прямой от вершины h в противоположенную сторону от «центра тяжести» в дальнейшем будем называть «вспомогательной».

Определяем максимально возможные длины основной и вспомогательной прямых без учета допустимой зоны поиска как $3L$. На рисунке это $[h, x_7]$ и $[h, x_8]$.

Шаг 10. Поиск экстремума на «основной прямой».

Проверяем, находится ли прямая только в допустимой зоне поиска:

- если условие выполняется, то определяем координату конечной точки (на рисунке точка x_7);
- иначе конечная точка – это точка с граничными координатами x_5 .

Далее проводим одномерную оптимизацию и определяем координаты точки $(x_{\min}, y_{\min})$ на ТИ, в которой критериальная функция принимает минимальное значение $f_{\min}$.

Проверяем $f_{\min} < f(h)$:

- если условие выполняется, то найдена новая вершина многогранника, которая заменяет «наихудшую» вершину и осуществляется переход к шагу 3;
- иначе продолжаем процесс.

Шаг 11. Поиск экстремума на «вспомогательной прямой».

Проверяем, находится ли прямая только в допустимой зоне поиска:

- если условие выполняется, то определяем координату конечной точки (на рисунке точка x_8);
- иначе конечная точка – это точка с граничными координатами x_6 .

Далее определяем координаты точки $(x_{\min}, y_{\min})$ на ТИ, в которой критериальная функция принимает минимальное значение $f_{\min}$.

Проверяем $f_{\min} < f(h)$:

- если условие выполняется, то найдена новая вершина многогранника, которая заменяет «наихудшую» вершину и осуществляется переход к шагу 3;
- иначе продолжаем процесс.

Шаг 12. Выполнить операцию редукции. Формируется новый многогранник с уменьшенными вдвое сторонами и вершиной l : $x_j = x_l + 0,5(x_j - x_l), j = 1, 2, 3$. Перейти к шагу 3.

Был проведен сравнительный анализ алгоритмов МДМ и ММДМ путем

сбора статистических данных, получаемых при моделировании на ЭВМ при различных случайных начальных положениях многогранника. На рисунке 2.11 приведена зависимость вероятности попадания в глобальный экстремум от погрешности вычисления координат для двух методов МДМ и ММДМ представлены.

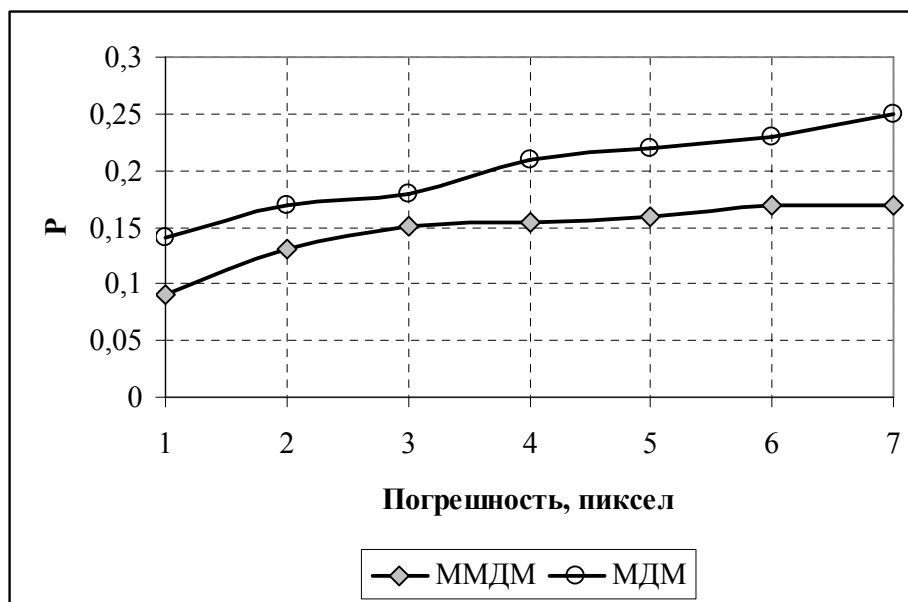


Рисунок 2.11 – Зависимость вероятности нахождения глобального экстремума от погрешности определения координат в пикселах

Предлагаемый модифицированный метод деформируемого многогранника имеет существенное преимущество перед классическим методом с точки зрения надежности поиска, то есть вероятности попадания в глобальный экстремум. Причем этот выигрыш достигается при различных погрешностях определения координат глобального экстремума. Среднее значение вероятности попадания в ГЭ увеличивается с 0,1 до 0,14 при использовании предложенной модификации.

Как показали экспериментальные исследования, алгоритм ММДМ более эффективен на ТИ без предварительной обработки и на изображениях с меньшей степенью обработки (рисунок 2.12), где 1 – исходное ТИ, 2 – отфильтрованное ТИ, 3 – яркостная сегментация, 4 – кластеризация протяженных объектов.

Преимущество разработанного ММДМ сохраняется при увеличении степени предварительной обработки изображений, хотя степень этого преимущества уменьшается. Учитывая, что увеличение степени предобработки увеличивает трудоемкость решения задачи корреляционно-экстремальной навигации в целом предложенный метод может обеспечить значительное повышение эффективности КЭНС без существенных вычислительных затрат на предобработку ТИ.

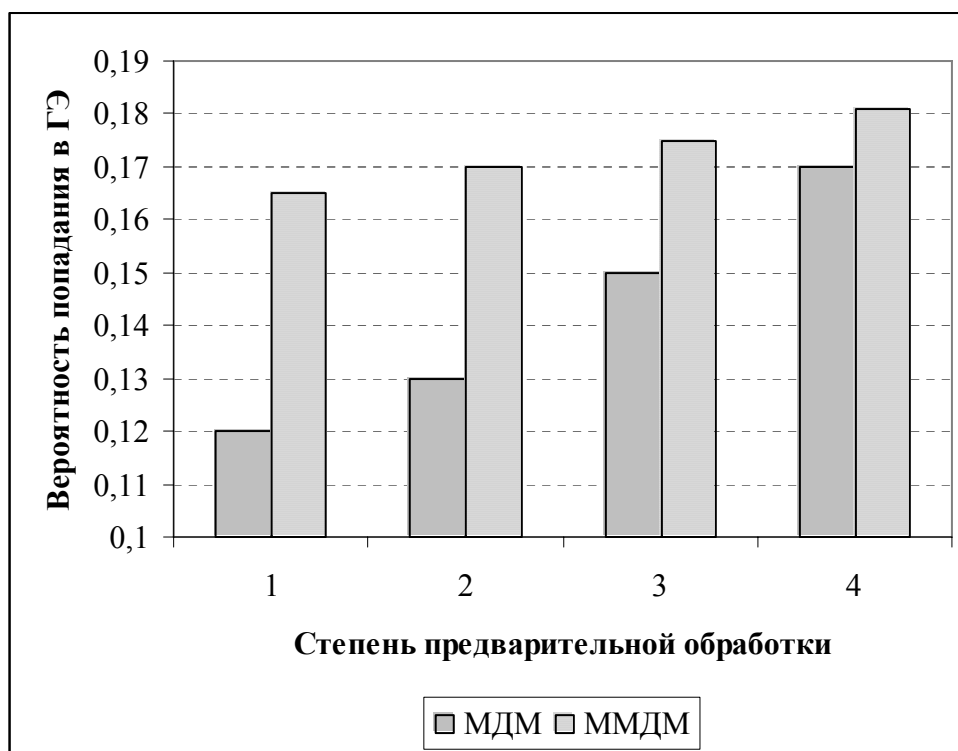


Рисунок 2.12 – Зависимость вероятности нахождения глобального экстремума от степени предварительной обработки ТИ

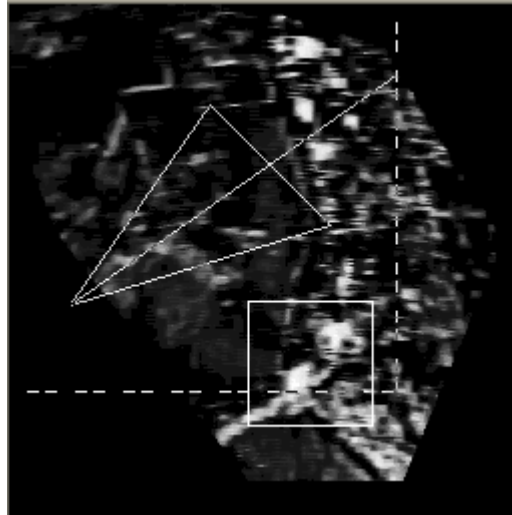
Однако, при использовании ММДМ наблюдается незначительное увеличение времени выполнения поиска, связанное с анализом и одномерной оптимизацией критериальной функции на линии движения из худшей вершины. Для его сокращения можно использовать метод одномерного поиска глобального экстремума, приведенный в [27, 28, 30] и основанный на использовании угловых коэффициентов хорд минимизируемой функции между узловыми точками поиска.

2.4. Исследование метода глобального поиска при одномерной оптимизации

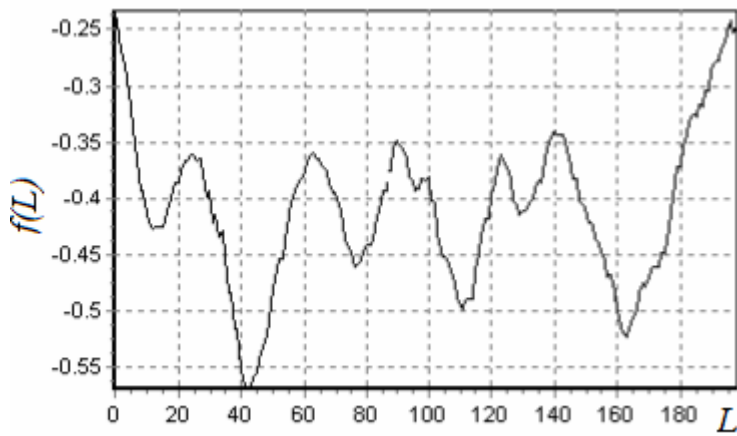
Самое точное значение глобального экстремума при одномерной оптимизации на прямой из «худшей» вершины будет получено, если проводить поиск минимума с шагом равным 1 пиксел. Но данный подход неприемлем в системах реального времени. Поэтому предложено сканировать прямую с равномерным шагом $h > 1$. В п.п.2.2 был рассмотрен поиск глобального экстремума при совмещении радиолокационных изображений методом полного перебора и с равномерным шагом $h > 1$. В результате было определено, что при шаге сканирования $h > 5$ происходит срыв и глобальный экстремум определяется неверно. С другой стороны были проведены эксперименты по совмещению различных радиолокационных изображений и было определено, что среднее расстояние между экстремумами равно 8 пикселям. Поэтому сканирование будем проводить с максимальным шагом $h = 8$, причем с уменьшением длины прямой из худшей вершины через «центр тяжести» шаг тоже будет уменьшаться до единицы. На рисунках 2.13, а и 2.14, а приведены РЛИ и прямые из худшей вершины, на рисунках 2.13, б и 2.14, б приведены графики критериальной функции на соответствующих прямых, которые получены при сканировании с шагом $h = 1$, а на рисунках 2.13, в и 2.14, в аналогичные графики, которые получены с шагом $h = 8$. Как видно из рисунков графики прямых практически идентичны при $h = 1$ и $h = 8$. При $h = 8$ не видны только очень мелкие локальные минимумы, но ощутима разница в производительности при небольших потерях в точности нахождения глобального минимума (рисунок 2.13, в) и без потерь (рисунок 2.14, в).

Повысить производительность оптимизации можно за счет использования методов одномерной глобальной оптимизации. Таким методом является алгоритм глобального поиска (АГП), приведенный в [27, 28]. Этот метод применим в случае, если целевая функция удовлетворяет условию Липшица (2.1), что позволяет построить миноранту минимизируемой функции в области поиска:

$$|\varphi(x') - \varphi(x'')| \leq K|x' - x''|. \quad (2.1)$$



а)

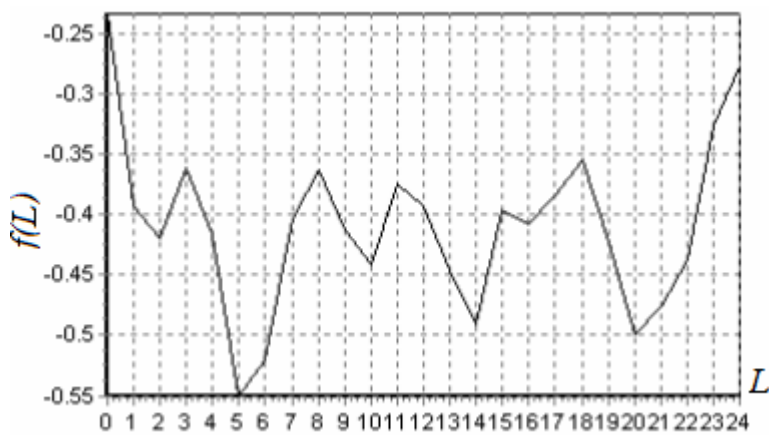


Количество минимумов – 32

Количество итераций – 198

$$F_{min}(65,125) = -0.57$$

б)



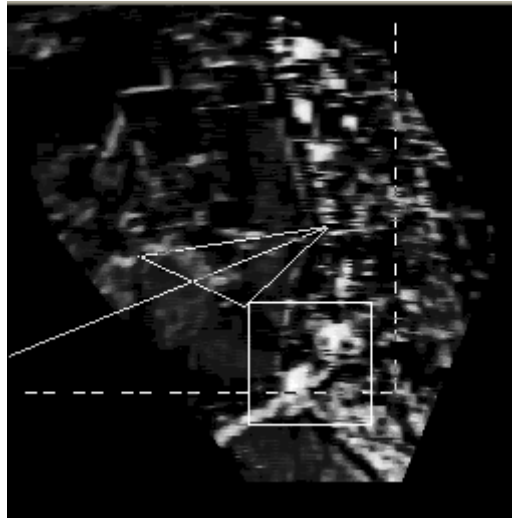
Количество минимумов – 6

Количество итераций – 24

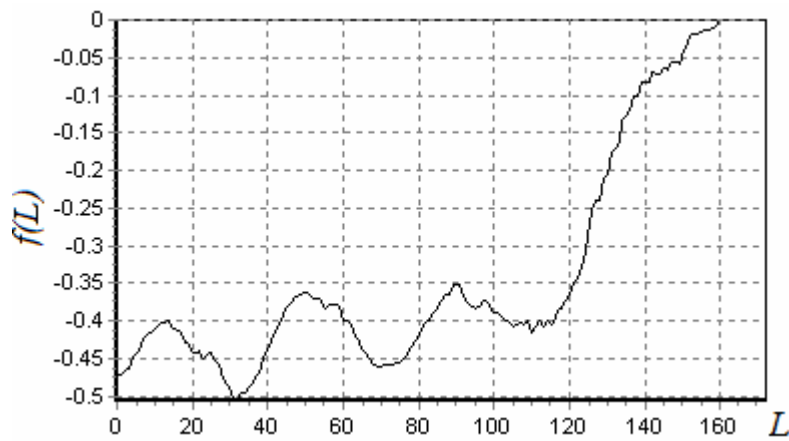
$$F_{min}(63,127) = -0.55$$

в)

Рисунок 2.13 – Пример поведения критериальной функции
на прямой из худшей вершины



а)

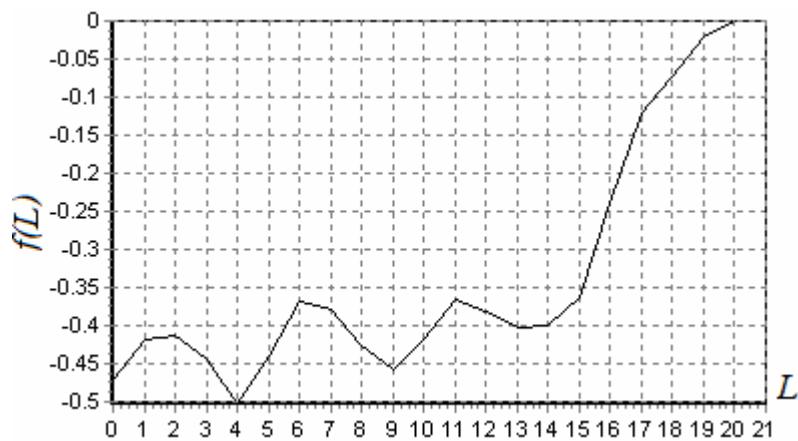


б)

Количество минимумов – 22

Количество итераций – 172

$$F_{min}(131,122) = -0.51$$



в)

Количество минимумов – 4

Количество итераций – 21

$$F_{min}(131,122) = -0.51$$

Рисунок 2.14 – Пример поведения критериальной функции
на прямой из худшей вершины

Исследуемый алгоритм предназначен для отыскания точек x^* и значений φ^* абсолютного минимума действительной функции $\varphi(x)$ на отрезке $[a, b]$ вещественной оси x , т.е.

$$\varphi^* = \varphi(x^*) = \min_{x \in [a, b]} \varphi(x) \quad (2.2)$$

Суть метода заключается в следующем.

Шаг 1. Задать погрешность вычисления экстремума $\varepsilon > 0$.

Шаг 2. Вычислить значение функции $z_i = \varphi(x_i)$ в точках $x_0 = a$ и $x_1 = b$, т.е. на концах исследуемого отрезка. В результате количество испытаний $k = 2$.

Шаг 3. Вычислить значения производных в этих точках и определить максимальное абсолютное значение:

$$M = \max_{1 \leq i \leq k} \left| \frac{z_i - z_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \right|.$$

Шаг 4. Положить $m = \begin{cases} 1, & M = 0, \\ rM, & M > 0, \end{cases}$ где $r > 1$ – заданный коэффициент.

Шаг 5. Для каждого интервала (x_{i-1}, x_i) , $1 \leq i \leq k$ вычислить так называемую характеристику интервала:

$$R(i) = m \cdot (x_i - x_{i-1}) + \frac{(z_i - z_{i-1})^2}{m \cdot (x_i - x_{i-1})} - 2 \cdot (z_i + z_{i-1}).$$

Шаг 6. Определить интервал (x_{i-1}, x_i) , которому соответствует максимальная характеристика

$$R(t) = \max_{1 \leq i \leq k} R(i) \quad (2.3)$$

Если максимальная характеристика соответствует нескольким интервалам, то в качестве t выбирается минимальное число, удовлетворяющее условию (2.3).

Шаг 7. Проверить условие окончания:

- если $x_t - x_{t-1} \leq \varepsilon$ то процесс поиска можно завершить и в качестве приближенного решения взять точку x_t .

– если $x_t - x_{t-1} > \varepsilon$, продолжать процесс.

Шаг 8. Определение следующей точки и значение функции в этой точке:

$$k = k + 1;$$

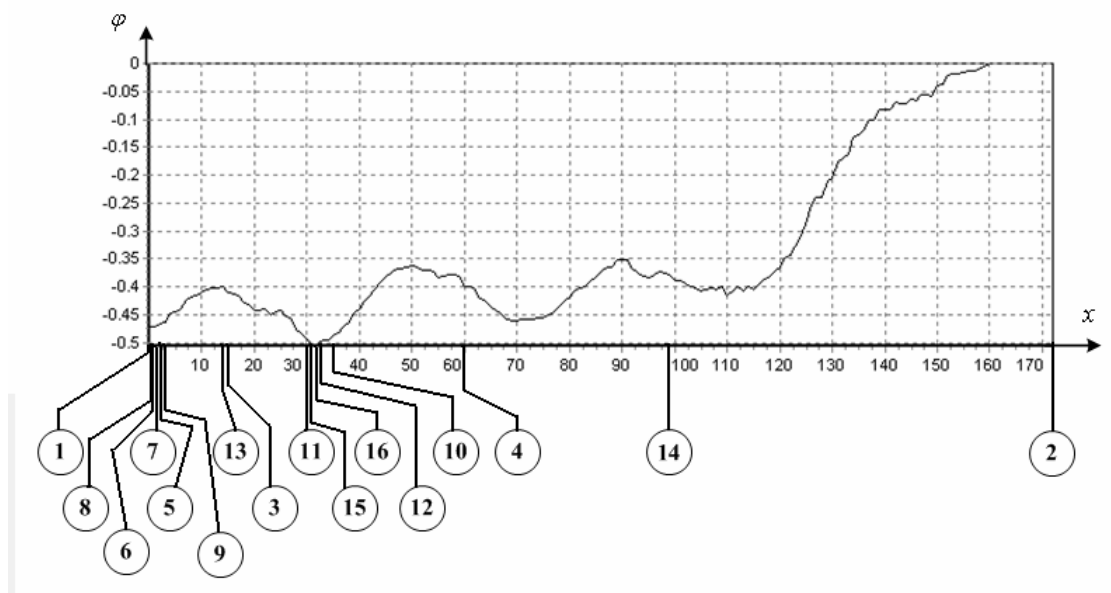
$$x_{k+1} = \frac{x_t + x_{t-1}}{2} - \frac{z_t - z_{t-1}}{2 \cdot m},$$

где $z_{k+1} = \varphi(x_{k+1})$.

Шаг 9. Отсортировать точки в порядке возрастания значений координаты, т.е. $a = x_0 < x_1 < \dots < x_k = b$.

Перейти к шагу 3.

На рисунке 2.15 приведена диаграмма минимизации функции (рисунок 2.14, б) при коэффициенте $r = 1,2$ и точности $\varepsilon = 0,5$. Точки проведения испытаний отмечены штрихами, ортогональными оси абсцисс, а номер шага, на котором проводилось испытание, проставлен в кружке, связанном с соответствующим штрихом. Искомая точка на оси абсцисс $x = 31,6$, которой соответствует минимальное значение функции $F_{min}(131,122) = -0.51$.



Количество итераций – 16.

Искомая точка на оси абсцисс $x = 31,6$, которой соответствует минимальное значение функции $F_{min}(131,122) = -0.51$

Рисунок 2.15 – Диаграмма минимизации функции

Сравнение АГП и сканирование с шагом $h=8$ на данном примере показывает, что АГП имеет преимущество по количеству итераций – 16 против 21 [39].

Но чтобы доказать преимущество АГП перед сканированием с шагом 8 необходимо провести сравнительный анализ, путем сбора статистических данных, получаемых при моделировании на ЭВМ при различных случайных начальных положениях многогранника. На рисунке 2.16 приведена зависимость вероятности попадания в глобальный экстремум от относительной площади ЭИ. На рисунке 2.16 также приведены результаты при сканировании с шагом 1.

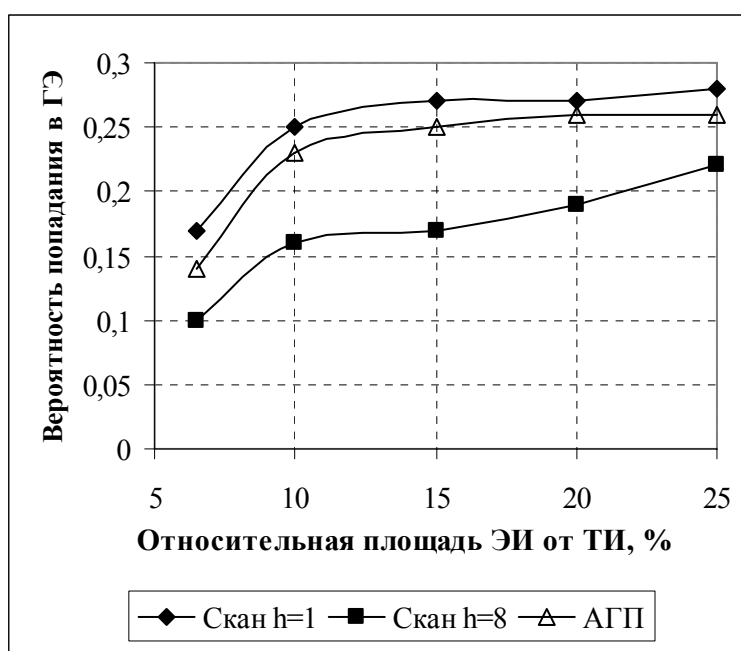


Рисунок 2.16 – Зависимость вероятности попадания в ГЭ от относительной площади ЭИ от ТИ

Анализ зависимостей показывает большой выигрыш в вероятности попадания в глобальный экстремум при использовании АГП, чем при использовании сканирования с шагом 8. При этом нет потерь в количестве вызовов ЦФ и времени выполнения алгоритма.

2.5. Исследование метода мултистарта

Большинство эффективных методов глобальной оптимизации основано на идее метода мултистарта – запуске стандартных локальных алгоритмов из

множества точек, равномерно распределенных на области D [21]. Таким образом, метод мултистарта можно назвать прототипом таких методов как поэтапное сканирование и случайный поиск. В общем случае решение многоэкстремальных задач без элемента случайности практически невозможно, поэтому случайный поиск приобретает решающее значение при решении многоэкстремальных задач. Эти методы отличаются простотой, устойчивой сходимостью, относительно высокой эффективностью.

Алгоритм метода мултистарта состоит в следующем.

В допустимой области D случайным образом выбирают точку с координатами $(x_1, y_1) \in D$. Приняв эту точку за исходную и используя некоторый локальный метод поиска ГЭ (детерминированный метод или алгоритм направленного случайного поиска), осуществляется спуск в точку локального минимума $(x_1^*, y_1^*) \in D$, в области притяжения которого оказалась точка $(x_1, y_1) \in D$.

Затем выбирается новая случайная точка $(x_2, y_2) \in D$ и по той же схеме осуществляется спуск в точку локального минимума $(x_2^*, y_2^*) \in D$, и т.д. (рисунок 2.17).

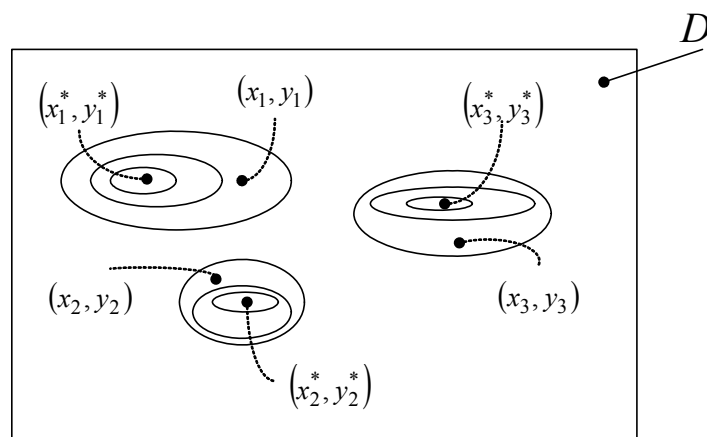


Рисунок 2.17 – Иллюстрация метода мултистарта

Поиск прекращается, как только через некоторое заданное число n раз не удастся найти точку локального экстремума со значением функции, меньшим (большим) всех предыдущих.

В качестве локальных методов взяты метод деформируемого многогранника и модифицированный МДМ.

Сравнение двух различных локальных методов, используемых в мультистарте, можно осуществить исходя из следующей модели испытаний. Математической моделью мултистарта можно считать испытания проводимые по схеме Бернулли, где p вероятность успеха в каждом отдельном старте. Известно [40, 41], что вероятность того, что в n испытаниях схемы Бернулли, наступили ровно m успехов определяется следующей формулой:

$$P(n, m) = C_n^m p^m (1 - p)^{n-m}. \quad (2.4)$$

При реализации метода мултистарта производится n вызовов локального метода с различными, случайными, независимыми исходными данными. В качестве результата выбирается одно наилучшее значение ЦФ из всех n значений.

Таким образом, вероятность нахождения ГЭ определяется как сумма вероятностей (2.4), где с любым числом успехов в диапазоне от 1 до n :

$$P(n, m \geq 1) = \sum_{i=1}^n C_n^i p^i (1 - p)^{n-i}.$$

Это хотя бы один успех из n . Эту вероятность можно найти через вероятность противоположенного события, как $P(n, m \geq 1) = 1 - P(n, 0)$, где $P(n, 0) = (1 - p)^n$. Следовательно $P(n, m \geq 1) = 1 - (1 - p)^n$.

Найдем соотношение, которое позволит выбрать из двух локальных методов более эффективный. Сравнение выполняется в координатах вероятность попадания в ГЭ и трудоемкость (количество вычислений ЦФ). Очевидно, следует ожидать, что более надежный локальный метод имеет и более высокую трудоемкость.

Таким образом, имеем три метода: два локальной оптимизации и один глобальной оптимизации. Каждый из них имеет пару характеристик, которые отражают эффективность каждого метода – это вероятность попадания в ГЭ и трудоемкость. Примем: p_j – вероятность нахождения ГЭ j -ым локальным

методом; t_j – трудоемкость j -го локального метода; n_j – количество вызовов j -го локального метода, $j = \overline{1, 2}$; p_3^j – вероятность нахождения ГЭ методом глобальной оптимизации, при использовании j -го локального метода; t_3^j – трудоемкость метода глобальной оптимизации, при использовании j -го локального метода.

Таким образом, $p_3^1 = 1 - (1 - p_1)^{n_1}$ и $p_3^2 = 1 - (1 - p_2)^{n_2}$.

При одинаковой надёжности глобального метода, эти вероятности должны совпадать, т.е.

$$1 - (1 - p_1)^{n_1} = 1 - (1 - p_2)^{n_2}. \quad (2.5)$$

Трудоёмкости реализации мультистарта для двух локальных методов соответственно равны $t_3^1 = n_1 t_1$ и $t_3^2 = n_2 t_2$.

Второй метод будет иметь выигрыш в трудоемкости по сравнению с первым, при выполнении равенства (2.5), если $n_1 t_1 > n_2 t_2$. В результате получим следующее соотношение:

$$\frac{\ln(1 - p_1)}{\ln(1 - p_2)} < \frac{t_1}{t_2}. \quad (2.6)$$

Проведенные ранее эксперименты [36] показали, что МДМ имеет $p_1 \approx 0,1$ и $t_1 = 30$. Соответственно ММДМ – $p_2 \approx 0,16$ и $t_2 = 80$. Подставив эти данные, получим, что неравенство (2.6) не выполняется, т.е. лучшим оказался локальный метод МДМ при его использовании в мультистарте.

Следовательно, чтобы метод локальной оптимизации ММДМ стал предпочтительнее МДМ, необходимо, сделать трудоемкость ниже 50 вызовов ЦФ или увеличить его вероятность правильного совмещения до 25%.

Соотношение (2.6) также позволяет определить минимальное допустимое значение p_2 , при известных p_1 , t_1 и t_2 , которое обеспечивает преимущество второго метода перед первым, т.е. должно быть:

$$p_2 > 1 - e^{\frac{t_2}{t_1} \ln(1-p_1)} . \quad (2.7)$$

Для экспериментального сравнения эффективности метода мултистарта был проведено ряд испытаний для определения зависимости надежности и точности нахождения ГЭ ЦФ от количества вычислений ЦФ и от количества вызовов локальных методов.

Эксперименты были разбиты на серии в зависимости от размера ЭИ (25%, 33%, 50% и 80% от линейных размеров ТИ). В качестве текущего изображения использовались bmp-файлы с отфильтрованным и кластеризованным РЛИ, размером 260×260 пикселей.

На первом этапе исследований было определено количество вызовов локальных методов МДМ и ММДМ для определения ГЭ ЦФ. Результаты исследований для ЭИ размером 33% и 50% от ТИ приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Сравнение локальных методов МДМ и ММДМ при мултистарте

Размер ЭИ от ТИ	33%		50%	
Локальный метод	МДМ	ММДМ	МДМ	ММДМ
Максимальное количество вызовов локального метода	242	79	284	39
Среднее количество вызовов локального метода	15	8	8	5
Максимальное количество вычислений ЦФ	6986	4946	5975	2180
Среднее количество вычислений ЦФ	435	632	194	334

Анализ результатов, приведенный в таблице, явно демонстрирует большой разрыв между средним количеством вызовов локальных методов, а как следствие между средним значением количества вычислений ЦФ, и максимальными значениями данных параметров в наихудшем случае. Другой вывод, который здесь можно сделать, это явное преимущество ММДМ перед

МДМ по всем параметрам, кроме одного, но самого главного – среднего количества вычислений ЦФ. Однако справедливости ради следует отметить, что классический МДМ имеет тенденцию к «расхождению» и в этом случае количество вызовов ЦФ может оказаться слишком большим. Статистические исследования показали, что для схождения МДМ достаточно 20 итераций, поэтому в алгоритме предусмотрен механизм защиты от заикливания. Его использование позволяет значительно сократить количество вычислений ЦФ при выполнении МДМ.

На втором этапе экспериментов более детально были проведены исследования зависимости вероятности попадания в глобальный экстремум от количества вызовов локального метода и от количества вызовов ЦФ при различных размерах ЭИ. На рисунке 2.18 приведена зависимость вероятности попадания в ГЭ от количества вызовов локальных методов МДМ и ММДМ при мультистарте при размерах ЭИ соответственно 33% и 50% от ТИ.

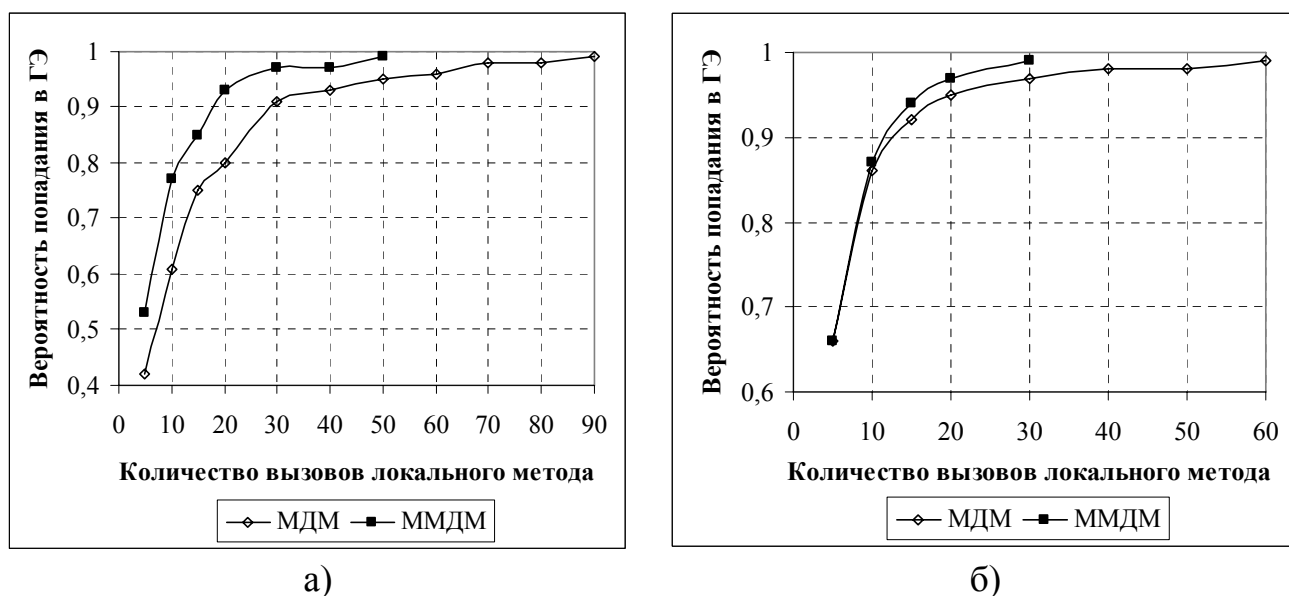


Рисунок 2.18 – Зависимость вероятности попадания в ГЭ от количества вызовов локального метода

а) при размере ЭИ 33% от ТИ; б) при размере ЭИ 50% от ТИ

Приведенные графики показывают эффективность ММДМ по сравнению с МДМ по количеству вызовов локального метода. Чтобы найти ГЭ ЦФ необходимо вызывать ММДМ в 2 раза реже, чем МДМ для получения

вероятности попадания в ГЭ 0,98.

Однако из-за того, что МДМ имеет лучшие показатели по трудоемкости, данный метод имеет более высокие показатели в координатах вероятность попадания в ГЭ – количество вычислений ЦФ (рисунок 2.19). При этом использование ММДМ в качестве локального метода в мультистарте были получены показатели, которые не на много уступают классическому МДМ. Так для высокой вероятности попадания в ГЭ при размере ЭИ 33% от ТИ с количеством вычислений ЦФ более 1500, вероятность попадания в ГЭ всего лишь на 1 - 2 % ниже, чем при использовании МДМ (рисунок 2.19, а). А при размере ЭИ 50% от ТИ этот показатель еще ниже, с количеством вычислений ЦФ более 1200, вероятности попадания в ГЭ при использовании МДМ и ММДМ практически совпадают (рисунок 2.19, б).

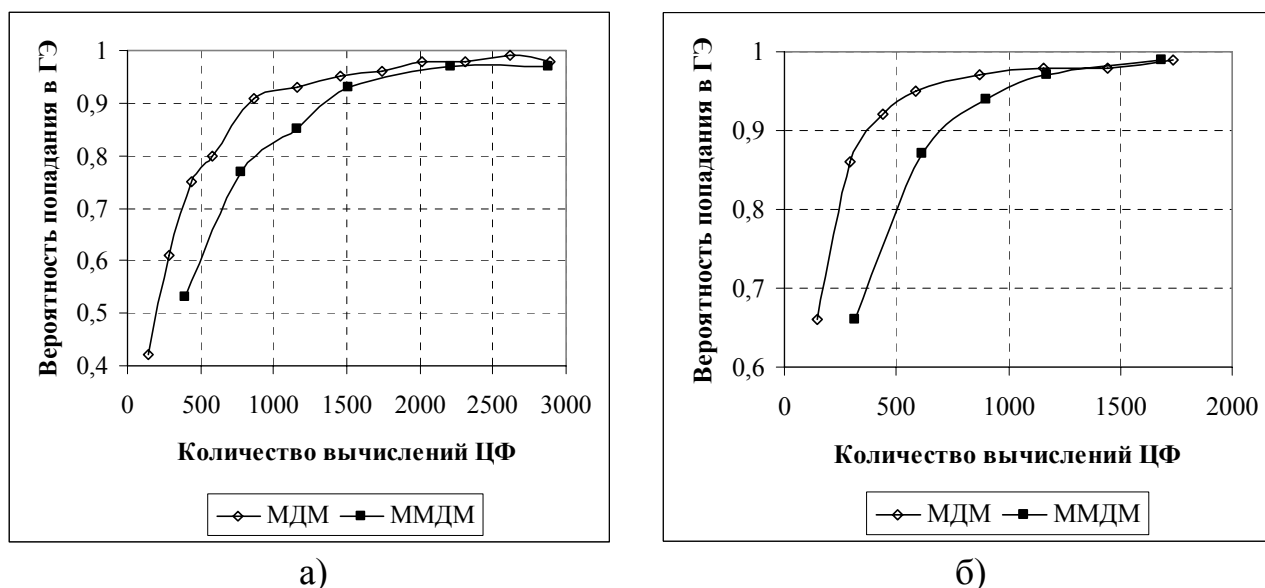


Рисунок 2.19 – Зависимость вероятности попадания в ГЭ от количества вычислений ЦФ

а) при размере ЭИ 33% от ТИ; б) при размере ЭИ 50% от ТИ

Анализ результатов экспериментальных исследований различных методов локального поиска при использовании концепции мултистарта показал, что наилучшие характеристики в координатах *число вычислений ЦФ* и *вероятность попаданий в ГЭ* имеют менее эффективные по вероятности, но более простые по реализации локальные методы. Однако, если использовать

сокращение пространства поиска на основе кластеризации области поиска [42], показатели ММДМ могут превзойти показатели МДМ. Эти ожидания основаны на том, что по количеству стартов локального поиска МДМ значительно превосходят ММДМ.

2.6. Исследование многомерного обобщенного алгоритма с редукцией размерности при помощи разверток типа кривой Пеано

Существует ряд методов решения многомерных задач глобальной оптимизации при помощи одномерных алгоритмов или путем их сведения к нескольким многоэкстремальным задачам, но меньшей размерности [21,43, 44].

Другая общая идея редукции многомерных задач к одномерным вытекает из возможности непрерывного однозначного отображения отрезка $[0,1]$ вещественной оси на гиперкуб $D \subset R^n$ [27, 28]. Отображения такого рода, обычно называют кривыми (развертками) Пеано. Пусть $y(x), x \in [0, 1]$, есть кривая Пеано-Гильберта [45]. Тогда из непрерывности $\varphi(y)$ и $y(x)$ и равенства $D = \{y(x) : 0 \leq x \leq 1\}$ следует, что

$$\min_{y \in D} \varphi(y) = \min_{x \in [0,1]} \varphi(y(x)), \quad (2.8)$$

т.е. решение многомерной задачи минимизации $\varphi(y)$ сводится к минимизации одномерной функции $\varphi(y(x))$.

Схема редукции (2.8) обеспечивает построение постепенно уплотняющейся под заданную точность непрерывной сетки сразу по всей области D .

Указанное построение непрерывного однозначного отображения $y(x)$ отрезка $[0,1]$ на гиперкуб

$$D = \left\{ y \in R^2 : -\frac{1}{2} \leq y_i \leq \frac{1}{2}, 1 \leq i \leq 2 \right\} \quad (2.9)$$

состоит в следующем:

- 1) Гиперкуб D из (2.9), длина ребра которого равна 1, разделяется

координатными плоскостями на 4 (2^N) гиперкубов (квадрата) «первого разбиения» (с длиной ребра, равной $1/2$), которые занумеруем числами z_i от 0 до 3 ($2^N - 1$), причем гиперкуб первого разбиения с номером z_1 условимся обозначать через $D(z_1)$ (для нашего случая при $N = 2$ пример изображен на рисунке 2.20).

Далее, каждый гиперкуб первого разбиения в свою очередь также разбивается на 2^N гиперкубов второго разбиения (с длиной ребра, равной $1/4$) гиперплоскостями, параллельными координатным и проходящими через серединные точки ребер гиперкуба, ортогональных к этим гиперплоскостям. При этом гиперкубы второго разбиения, входящие в гиперкуб $D(z_i)$, нумеруются числами z_2 от 0 до 3 ($2^N - 1$), причем гиперкуб второго разбиения с номером z_2 , входящий в $D(z_i)$, условимся обозначать через $D(z_1, z_2)$.

Продолжая указанный процесс, можно построить гиперкубы любого m -го разбиения с длиной ребра, равной $(1/2)^m$, которые условимся обозначать через $D(z_1, z_2, \dots, z_m)$, причем

$$D(z_1) \supset D(z_1, z_2) \supset \dots \supset D(z_1, \dots, z_m) \text{ и } 0 \leq z_j \leq 2^N - 1, 1 \leq j \leq m.$$

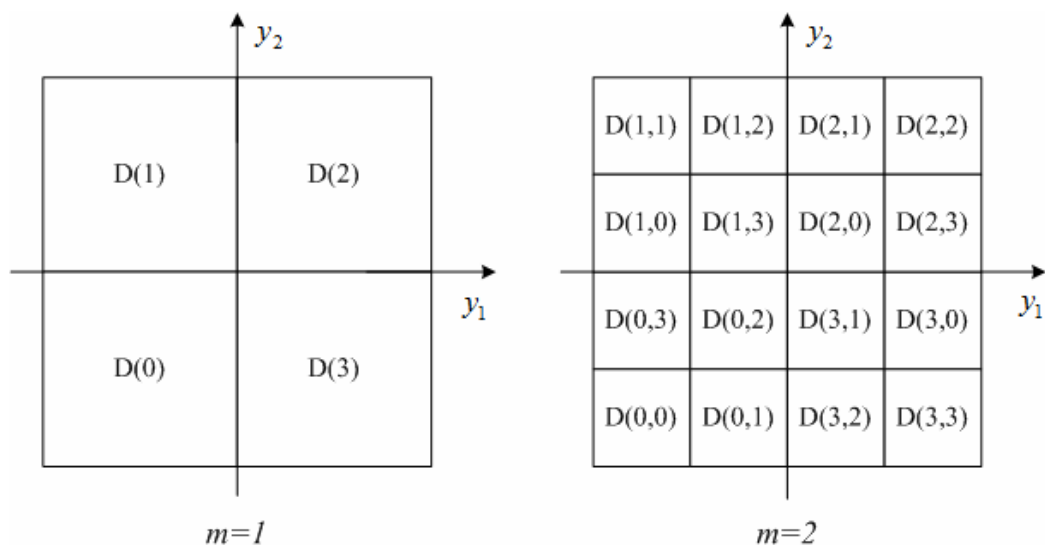


Рисунок 2.20 – Пример разбиения гиперкуба при $N=2$ для $m=1$ и $m=2$

2) Теперь осуществим деление отрезка $[0,1]$ на 2^N равных частей, каждую из которых в свою очередь также разделим на 2^N равных частей и т. д., причем элементы каждого разбиения нумеруются слева направо числами z_j (j — номер разбиения) от 0 до $(2^N - 1)$. При этом интервалы m -го разбиения условимся обозначать как $d(z_1, \dots, z_m)$, где, например, $d(z_1, z_2)$ обозначает интервал второго разбиения с номером z_2 , являющийся частью интервала $d(z_1)$ первого разбиения с номером z_1 . Заметим, что $d(z_1) \supset d(z_1, z_2) \supset \dots \supset d(z_1, \dots, z_m)$ и длина интервала $d(z_1, \dots, z_m)$ равна $(1/2)^{mN}$.

Предполагается, что интервал $d(z_1, \dots, z_m)$ содержит свой левый конец; он содержит правый конец тогда и только тогда, когда $z_1 = z_2 = \dots = z_m = 2^N - 1$ (случай $N = 2$ изображен на рисунке 2.27 для $m = 1$ и $m = 2$).

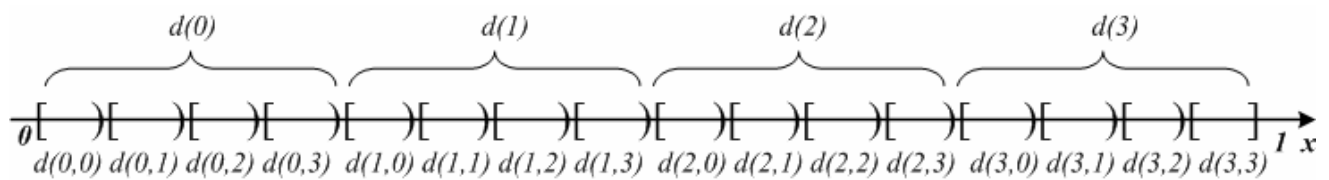


Рисунок 2.21 – Деление отрезка $[0,1]$ при $N=2$ для $m=1$ и $m=2$

3) Примем, что точка $y(x) \in D$, соответствующая точке $x \in [0,1]$, при любом $m \geq 1$ содержится в гиперкубе $D(z_1, z_2, \dots, z_m)$, если x принадлежит интервалу $d(z_1, \dots, z_m)$, т. е.

$$x \in d(z_1, \dots, z_m) \rightarrow y(x) \in D(z_1, \dots, z_m).$$

Построенное соответствие $y(x)$ является однозначным.

Алгоритм оптимизации аналогичен тому, который приведен в п.п.2.4. Однако имеет следующие отличия:

Шаг 1. Задать погрешность вычисления экстремума $\varepsilon > 0$, при которой

можно выбрать значение $m \geq 1$, удовлетворяющее условию $\left(\frac{1}{2}\right)^{m+1} \leq \varepsilon$.

Шаг 2. Вычислить значение функции $z_i = \varphi(x_i)$ в точках $x_0 = 0$ и $x_1 = 1$, т.е. на концах исследуемого отрезка $[0, 1]$. Для этого определяем каким точкам это соответствует на РЛИ и вычисляем значение критериальной функции в этих точках. В результате количество испытаний $k = 2$.

Шаг 3. Вычислить значения производных в этих точках на отрезке $[0, 1]$ и определить максимальное абсолютное значение:

$$M = \max_{1 \leq i \leq k} \left| \frac{z_i - z_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \right|. \quad (2.10)$$

Шаг 4. Положить

$$m = \begin{cases} 1, & M = 0, \\ rM, & M > 0, \end{cases} \quad (2.11)$$

где $r > 1$ – заданный коэффициент.

Шаг 5. Для каждого интервала (x_{i-1}, x_i) , $1 \leq i \leq k$ вычислить так называемую характеристику интервала:

$$R(i) = m \cdot \sqrt{(x_i - x_{i-1})} + \frac{(z_i - z_{i-1})^2}{m \cdot \sqrt{(x_i - x_{i-1})}} - 2 \cdot (z_i + z_{i-1}) \quad (2.12)$$

Шаг 6. Определить интервал (x_{i-1}, x_i) , которому соответствует максимальная характеристика

$$R(t) = \max_{1 \leq i \leq k} R(i) \quad (2.13)$$

Если максимальная характеристика соответствует нескольким интервалам, то в качестве t выбирается минимальное число, удовлетворяющее условию (2.13).

Шаг 7. Проверить условие окончания:

– если $x_t - x_{t-1} \leq \varepsilon$ то процесс поиска можно завершить и в качестве

приближенного решения взять точку x_t .

– если $x_t - x_{t-1} > \varepsilon$, продолжать процесс.

Шаг 8. Определение следующей точки и значения функции в этой точке:

$k = k + 1$;

$$x_{k+1} = \frac{x_t + x_{t-1}}{2} - \frac{\text{sign}(z_t - z_{t-1})}{2 \cdot m} \times \left(\frac{|z_t - z_{t-1}|}{M} \right)^2, \quad (2.14)$$

$z_{k+1} = \varphi(x_{k+1})$.

Для этого определяем, какой точке это соответствует на РЛИ и вычисляем значение критериальной функции в этой точке.

Шаг 9. Отсортировать точки в порядке возрастания значений координаты, т.е.

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_k = b. \quad (2.15)$$

Перейти к шагу 3.

Так как значение критериальной функции вычисляется только в центре квадрата разбиения, то для данного метода обязательно необходим локальный этап поиска ГЭ.

Были проведены исследования для m от 3 до 7. Пример кривой Пеано-Гильберта с 256 точками приведен на рисунке 2.22.

Для исследований было взято ТИ размером 260×260 и ЭИ размером 130×130 . На втором (локальном) этапе использовались метод полного сканирования (Скан), МДМ и ММДМ с различным количеством вершин в окне поиска различного размера. Лучшие результаты были получены при размере окна поиска на втором этапе равном $b = 1,5 \cdot a$, где a – размер квадрата разбиений. Именно для такого значения b на рисунках 2.23 и 2.24 приведены соответственно графики зависимостей вероятности попадания в ГЭ и количества вызовов ЦФ от числа разбиений m .

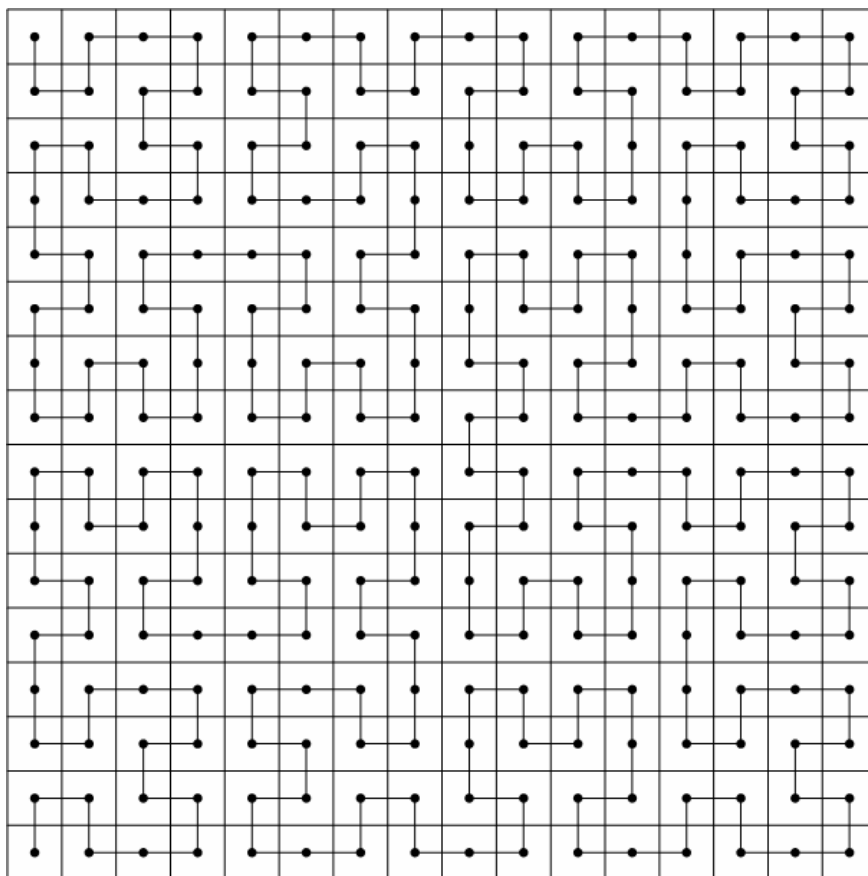


Рисунок 2.22 – Кривая Пеано-Гильберта при $m=4$

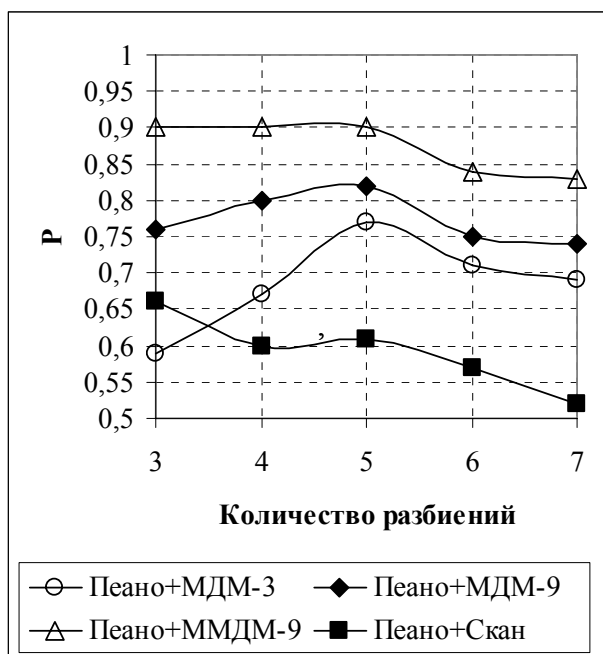


Рисунок 2.23 – Зависимость вероятности попадания в ГЭ от числа разбиений

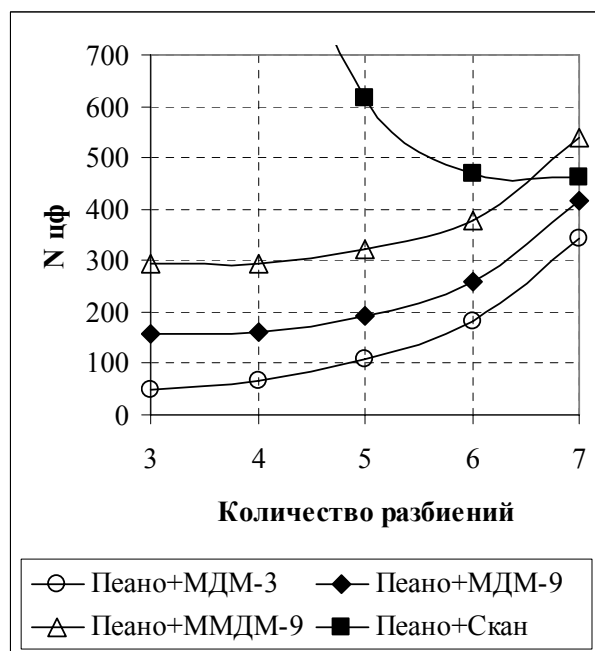


Рисунок 2.24 – Зависимость количества вызовов ЦФ от числа разбиений

Анализ приведенных графиков показывает, для данной серии экспериментов оптимальное значение $m = 5$, при использовании на втором этапе ММДМ с 9 вершинами (ММДМ-9) вероятность попадания в ГЭ достигает 0,9, а при использовании на втором этапе МДМ с 3 и 9 вершинами (МДМ-3 и ММДМ-9) вероятность попадания в ГЭ всего 0,77 и 0,82. Однако именно использование на втором этапе МДМ дает наименьшие значения количество вызовов ЦФ. Худший результат по вероятности попадания в ГЭ и по количеству вызовов ЦФ показал метод редукции размерности задачи при использовании на втором этапе метода сканирования с шагом 1. Именно это видно из КХА метода редукции размерности по кривой Пеано-Гильберта, где в качестве параметра метода γ выступает количество разбиений m , представлено на рисунке 2.25.

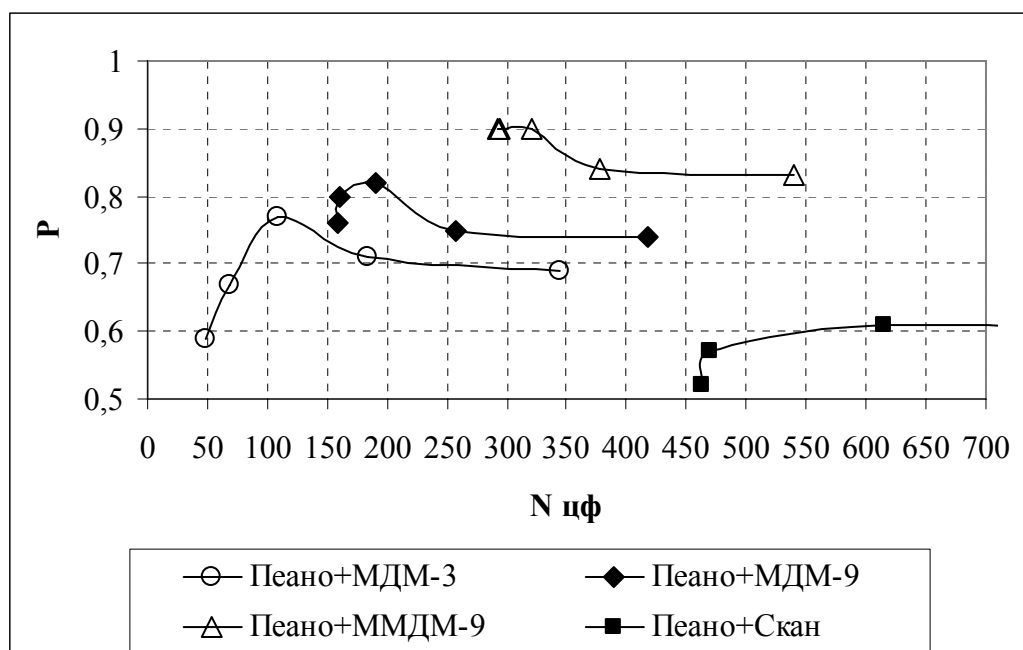


Рисунок 2.25 – КХА метода редукции размерности по кривой типа Пеано-Гильберта при различных методах на 2 этапе

Таким образом, оптимальным является количество разбиений $m = 5$ и использование на втором этапе МДМ. Однако вероятность попадания в ГЭ достаточно мала, всего 0,77 – 0,82 при количестве вызовов ЦФ 110 – 190. При $m = 5$ узлы центров квадратов разбиений находятся на расстоянии 4-5 пикселей. Этот случай является лучшим и для двухэтапного сканирования. Однако при двухэтапном сканировании вероятность попадания в ГЭ достигает 0,98, а

$N_{ЦФ} = 700$. Следовательно, при использовании метода редукции размерности по кривой Пеано-Гильберта не достигается заданная вероятность попадания в ГЭ 0,95 – 0,98, поэтому его не рекомендуется использовать при решении рассматриваемой в данной работе прикладной задачи.

Низкие показатели КХА данного метода связаны с тем, что малое число разбиений обеспечивает высокую производительность многомерного обобщенного алгоритма с редукцией размерности при помощи разверток типа кривой Пеано при низкой вероятности нахождения ГЭ из-за большого размера квадратов разбиения. При большом числе разбиений резко увеличивается трудоемкость вследствие одновременного воздействия двух факторов: рост числа кластеров и увеличение постоянной Липшица редуцированной критериальной функции.

В случае более низких требований по вероятности попадания в ГЭ $\approx 0,8$, при количестве вызовов ЦФ равном 100, данный метод может заслуживать внимания.

2.7. Исследование и настройка параметров генетического алгоритма

Идея генетических алгоритмов позаимствована у природы и предложена Джоном Холландом в 60-х годах прошлого века [46]. Они основаны на генетических процессах живых организмов: биологические популяции развиваются в течение нескольких поколений, подчиняясь законам естественного отбора по принципу «выживает наиболее приспособленный». Подражая этому процессу, ГА способны «развивать» решения реальных задач, закодированных соответствующим образом. ГА используют эволюционные принципы наследственности, изменчивости и естественного отбора. Общая схема ГА в теории и в приложении к рассматриваемой в данной работе предметной области представлена на рисунке 2.26.

ГА работает с некоторым случайным набором исходных решений, называемых популяцией особей, в хромосоме (генотип) каждой из которых

закодировано возможное решение задачи (фенотип). Изначально популяция формируется случайным образом (блок «Инициализация популяций решений» на рисунке 2.26). Оценивание качества закодированных решений производится с помощью функции приспособленности (блок «Оценивание особей»). По результатам оценивания наиболее приспособленные особи выбираются (блок «Селекция») для скрещивания. Посредством применения генетического оператора кроссовера из выбранных особей создается потомство (блок «Скрещивание»). Созданные потомки формируют новую популяцию, причем часть потомков мутирует (используется генетический оператор мутации), что выражается в случайном изменении их генотипов (блок «Мутация»). Данная последовательность действий называется поколением. Эволюция популяции состоит из последовательности таких поколений. Результат эволюции – определение ГЭ.

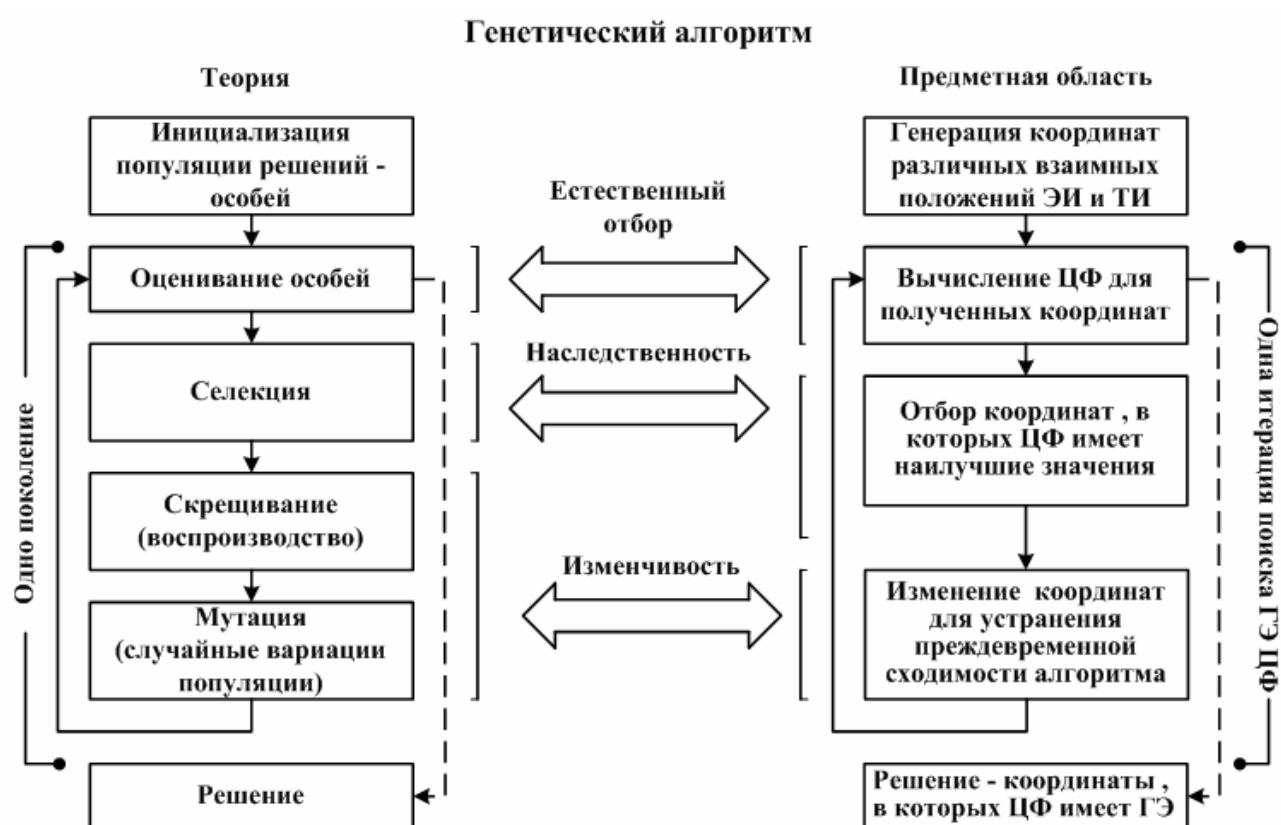


Рисунок 2.26 – Общая схема генетического алгоритма

В данной реализации ГА популяция – это случайным образом сгенерированные координаты взаимного положения ТИ и ЭИ, которые

кодируются битовыми строками с помощью кода Грея. Параметрами решения рассматриваемой задачи являются координаты взаимного положения ТИ и ЭИ, в которых ЦФ принимает максимальное значений.

В природе этап оценивания особей – это оценка того, насколько эффективен организм при конкуренции за ресурсы. В рассматриваемой задаче на этом этапе вычисляется значение ЦФ для полученных координат взаимного положения ТИ и ЭИ.

Селекция моделирует природный процесс естественного отбора. В рассматриваемой задаче селекция используется для выбора координат с лучшим значением ЦФ. В данной работе рассматривается 3 вида селекции: рулеточная, селекция усечением и турнирный отбор.

Рулеточная селекция считается для ГА классическим методом. В данном варианте селекции вероятность i -й особи принять участие в скрещивании p_i пропорциональна значению ее приспособленности f_i и равна

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_j f_j}.$$

Процесс отбора особей для скрещивания, напоминает игру в «рулетку». Рулеточный круг делится на сектора, причем площадь i -го сектора пропорциональна значению p_i . После этого n раз «вращается» рулетка, где n – размер популяции, и по сектору, на котором останавливается рулетка, определяется особь, выбранная для скрещивания. Вероятность полученных координат принять участие в скрещивании пропорциональна полученной оценке значения ЦФ.

Селекция усечением использует отсортированные по возрастанию значения ЦФ. Для скрещивания выбираются $l \cdot n$ лучших координат, где l – «порог отсечения», $0 < l < 1$, n – размер популяции. Порог определяет, какие решения, начиная с координаты с максимальным значением ЦФ, будет принимать участие в отборе. Значение l определяет давление селекции.

При турнирной селекции случайно выбираются t координат, и самая

приспособленная из них допускается к скрещиванию. Формируется турнир из t координат, где t – размер турнира. Эта операция повторяется n раз (n – размер популяции). Чем больше значение t , тем больше давление селекции.

Оператор скрещивания (кроссовер) моделирует биологический процесс скрещивания особей, т.е. процесс обмена генетическим материалом между двумя особями. Применение скрещивания (кроссовера) необходимо для «освежения» популяции, для того чтобы избежать преждевременной сходимости алгоритма и попадания в локальный экстремум. В данной работе используются одноточечный, двухточечный и однородный кроссовер. Одноточечный кроссовер работает аналогично операции перекреста хромосом при скрещивании биологических организмов. Пусть имеются две координаты. Выбирается произвольная точка разрыва и для создания новых координат производится обмен битами родительских координат. Работу одноточечного кроссовера иллюстрирует рисунок 2.27.



Рисунок 2.27 – Пример работы одноточечного кроссовера

Для оператора двухточечного кроссовера выбираются 2 случайные точки разрыва, после чего для создания новых координат родительские обмениваются участками, лежащими между точками разрыва. При использовании однородного кроссовера разряды родительских координат наследуются независимо друг от друга. Для этого определяют вероятность p_0 , что i -й разряд кода координаты 1-го родителя попадет к первому потомку, а 2-го родителя – ко второму потомку. Вероятность противоположного события равна $(1 - p_0)$. Такая операция проводится для всех битов координаты.

Оператор мутации используется для внесения случайных изменений в хромосомы особей. В ГА же мутация (как и кроссовер) необходима для того, чтобы избежать попадания в локальный максимум и, как следствие, преждевременной сходимости алгоритма. Мутация изменяет отдельные разряды в закодированной координате. Для этого изменяемые разряды инвертируются с вероятностью P_m .

Степень оптимальности ГА во многом зависит от настройки его параметров, таких как количество поколений, размер популяции, давление селекции, разновидность оператора кроссовера, вероятность кроссовера P_c , разновидность оператора мутации, вероятность мутации P_m .

В данной работе был проведен ряд исследований с целью получения оптимальных для решаемой задачи настроек [47]. Исследования были разбиты на серии в зависимости от параметров ГА, размеров ЭИ и видов обработки ТИ.

Для определения оптимального количества поколений и размера популяции был выбран классический канонический алгоритм [46]. Модель канонического ГА имеет следующие характеристики:

- используется целочисленное кодирование;
- фиксированный размер популяции;
- фиксированная разрядность особей в популяции;
- рулеточная селекция;
- особи для скрещивания выбираются случайным образом;
- одноточечный кроссовер, битовая мутация;
- разрыв поколений $T = 1$, потомки занимают места своих родителей.

Для оценки влияния размера популяции и количества поколений на качество работы генетического алгоритма используется, $P_c = 0,25$ и $P_m = 0,01$.

Зависимость вероятности попадания в ГЭ от размера популяции и количества поколений представлена на рисунке 2.28.

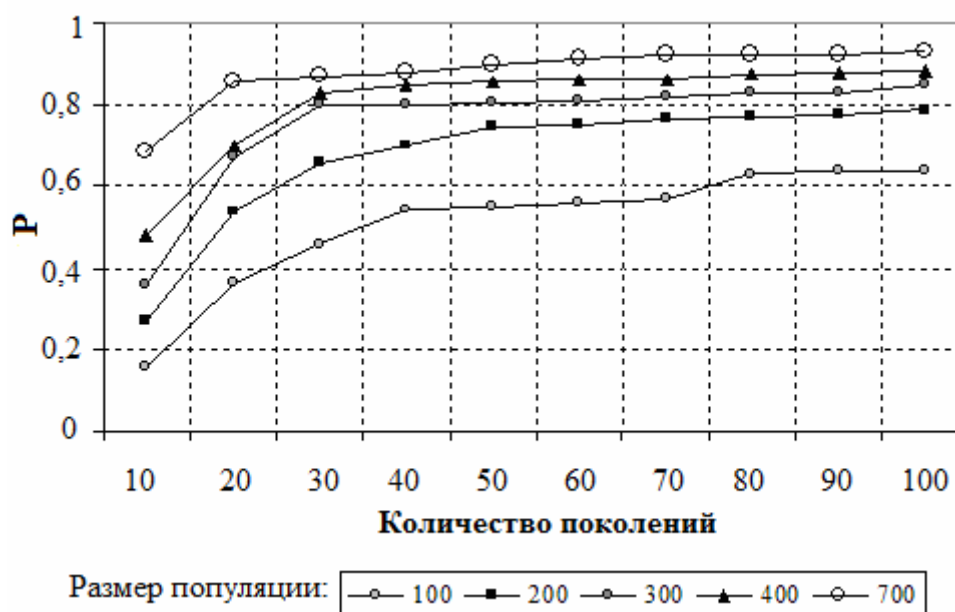


Рисунок 2.28 – Зависимость вероятности попаданий в ГЭ от количества поколений и размера популяции

При увеличении размера популяции и количества поколений вероятность попадания в ГЭ возрастает. Необходимо также учесть, что при увеличении каждого из рассматриваемых параметров возрастает количество вызовов ЦФ. Поэтому для дальнейших исследований целесообразно выбрать размер популяции не более 300 особей, количество поколений – 20, в этом случае вероятность попадания в глобальный экстремум будет не менее 0,8, а количество вызовов ЦФ – не более 4500 вызовов.

Давление селекции в турнирном отборе определяется размером турнира. Исследования показали, что наилучшие результаты достигаются при размере турнира от 3 до 5. При размере турнира 5 количество попаданий в глобальный экстремум достигает 0,91. Поэтому в дальнейших исследованиях при использовании в качестве оператора селекции турнирного отбора выбирается размер турнира 5.

При использовании в ГА отбора усечением давление селекции определяется порогом отсечения. Значение порога отсечения может изменяться в пределах от 0,1 до 1. Исследования показали, что лучший результат ГА показывает при пороге отсечения 0,5.

Результаты исследований для различных видов селекции при одноточечном, двухточечном и однородном кроссоверах приведены на рисунке 2.29 (при размере популяции 200, количестве поколений 20, $P_c = 0,25$ и $P_m = 0,02$). Из полученных результатов видно, что лучшие показатели имеет селекция усечением в совокупности с однородным кроссовером.

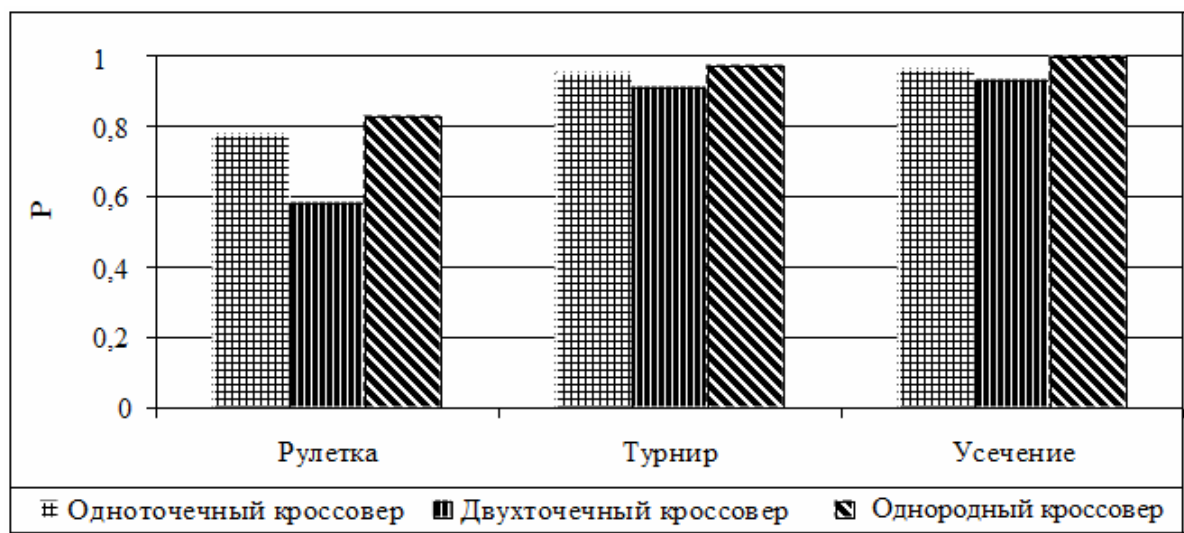


Рисунок 2.29 – Зависимость вероятности попаданий в ГЭ от различных типов селекции и кроссовера

Вероятности скрещивания и мутации определяют, какой процент особей в популяции подвергнется изменению. Зависимости вероятности попадания в ГЭ и количества вызовов ЦФ от различных P_c и P_m представлены соответственно на рисунках 2.30 и 2.31.

Из полученных зависимостей можно сделать следующий вывод: целесообразно задавать вероятность скрещивания до 0,4, так как большее значение данного оператора приводит к уменьшению процента попаданий в ГЭ (при $P_c = 0,5$ это значение не превышает 0,9) и увеличению количества вызовов ЦФ (свыше 5600 вызовов). Наилучшие результаты показывает значение вероятности скрещивания в пределах от 0,1 до 0,3 при вероятности мутации 0,02 и более. Вероятность попадания в ГЭ в этом случае превышает 0,92. Но с ростом значений P_c и P_m также растет число вызовов ЦФ. Поэтому для рассматриваемой задачи оптимальной является вероятность скрещивания 0,1 –

0,3 и вероятность мутации 0,02 – 0,03. Исходя из приведенных зависимостей, можно сделать вывод, что для достижения максимально возможной точности работы ГА при количестве вызовов ЦФ не более 5000 требуется $P_c = 0,2$ и $P_m = 0,02$.

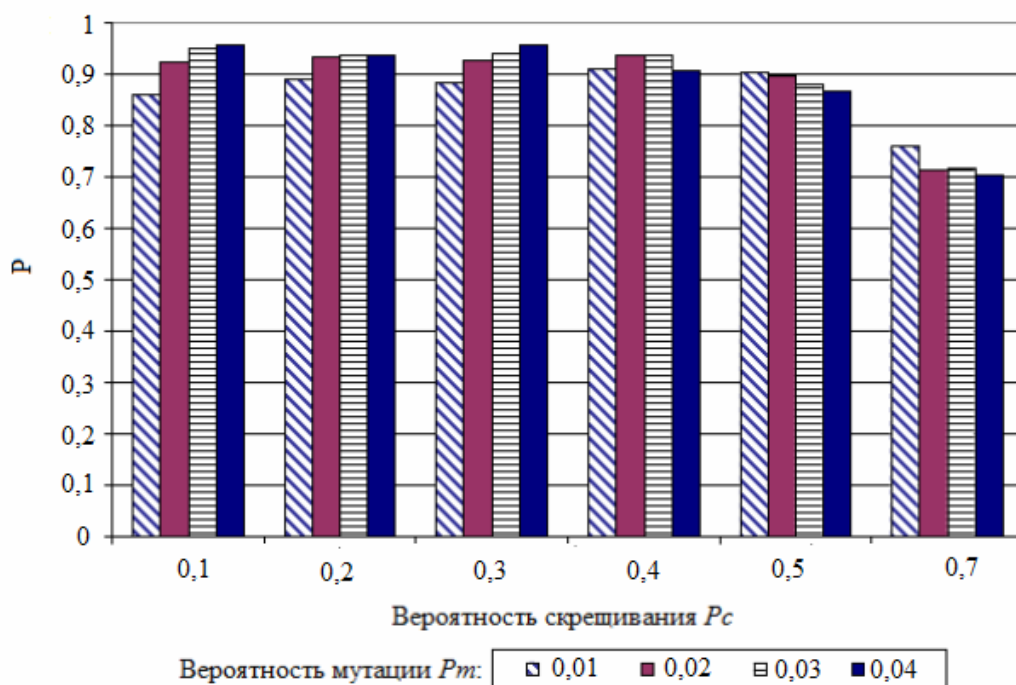


Рисунок 2.30 – Зависимость вероятности попадания в ГЭ от P_c при различных P_m

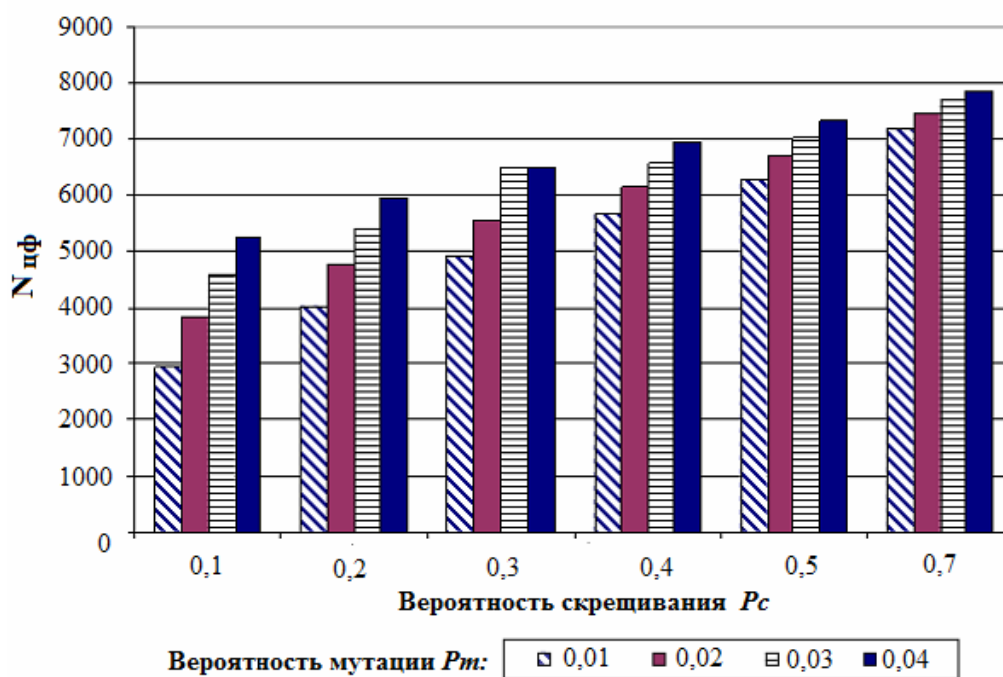


Рисунок 2.31 – Зависимость количества вызовов ЦФ от P_c при различных P_m

Исходя из полученных результатов исследования, оптимальными настройками ГА для решения поставленной задачи, при размере ЭИ 50% от ТИ являются [48]:

- 1) длительность эволюции (количество поколений) не менее 20;
- 2) размер популяции не менее 150;
- 3) интенсивность (давление) селекции 0,3-0,5;
- 4) разновидность оператора кроссовера: однородный;
- 5) вероятность кроссовера P_c более 0,25;
- 6) разновидность оператора селекции: усечение;
- 7) вероятность мутации P_m около 0,02.

КХА при данных параметрах приведена на рисунке 2.32.

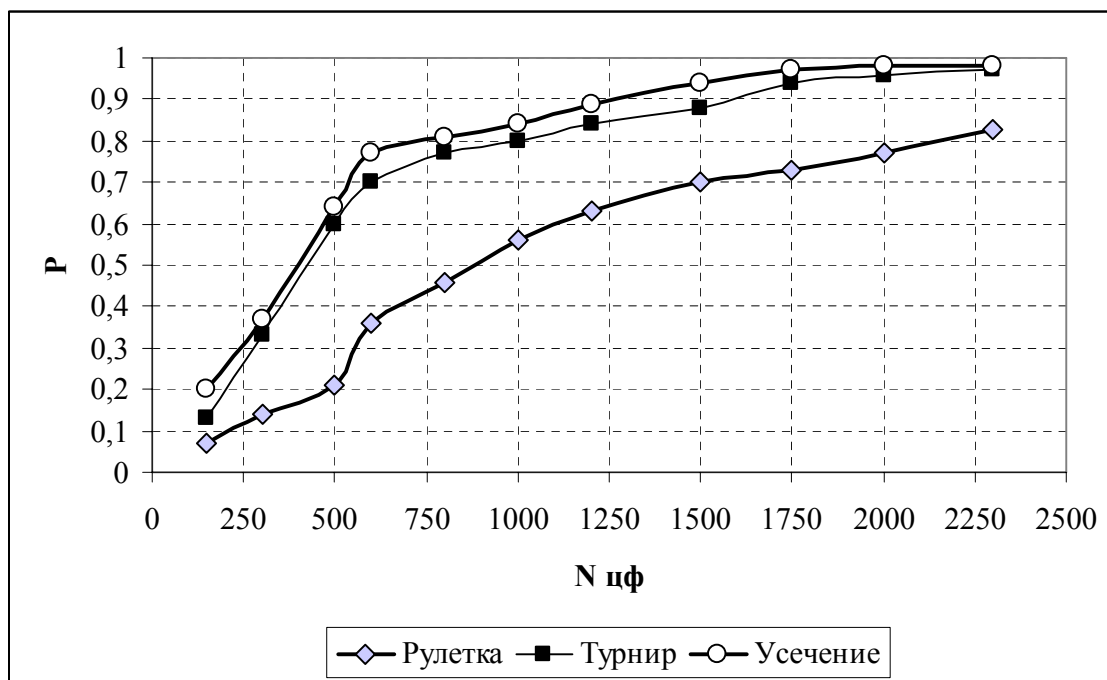


Рисунок 2.32 – Качественная характеристика генетического алгоритма

При использовании этих настроек ГА обеспечивает вероятность попадания в ГЭ до 0,98 при трудоемкости 2000 вызовов ЦФ и 0,95 при трудоемкости 1500 вызовов ЦФ. Для систем совмещения изображений в реальном времени трудоемкость ГА достаточно высока, поэтому совершенствование данного метода должно быть направлено на сокращение трудоемкости алгоритма при сохранении и даже увеличении вероятности и точности попадания в ГЭ.

2.8. Развитие модифицированного метода деформируемого многогранника

Дальнейшее развитие методов МДМ и ММДМ заключается в использовании многогранника с числом вершин $N > (n + 1)$, где n – размерность пространства поиска. В классическом МДМ используется многогранник с $N = (n + 1)$ вершинами.

При этом, следует ожидать увеличение вероятности попадания в глобальный экстремум, естественно за счет увеличения времени реализации алгоритма. Необходимое количество вершин определяем экспериментально так, чтобы вероятность попадания в глобальный экстремум была бы не менее заданного порога (требования) – 0,95-0,98.

Таким образом, оставляя зарекомендовавшие себя улучшения МДМ, связанные с избавлением от эвристических значений коэффициентов отражения $\alpha=1$, сжатия $\beta=0,5$, растяжения $\gamma=2$ за счет анализа поведения критериальной функции на линии движения из худшей вершины и более строгим определением «центра тяжести», предлагается дальнейшая модернизация классического МДМ и ММДМ. Она заключается в увеличении количества вершин многогранника, для того чтобы охватить больше количество значений критериальной функции при выборе направления деформации многогранника и предотвратить его сползание в локальный экстремум [49].

Более детально предлагаемая модернизация описана в виде следующего алгоритма:

Шаг 1. Определить допустимую зону поиска. Зная координаты ТИ $(0,0)$ и (x_{max}, y_{max}) – координаты соответственно левого верхнего и правого нижнего углов ТИ) и линейные размеры ЭИ по координатам x и y - dx, dy соответственно, определяем координаты допустимой зоны поиска $(x_{max} - dx, y_{max} - dy)$.

Шаг 2. Задать начальные координаты вершин многогранника

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ в пределах допустимой зоны. Задать погрешность вычисления экстремума $\varepsilon > 0$.

Шаг 3. Среди вершин найти «наилучшую» l и «наихудшую» h , соответствующие минимальному и максимальному значениям функции, а также точку s , в которой достигается второе по величине после наилучшего значения функции $f(s)$ (рисунок 2.33):

$$f(l) = \min_{j=1, \dots, N} f(x_j); \quad f(h) = \max_{j=1, \dots, N} f(x_j),$$

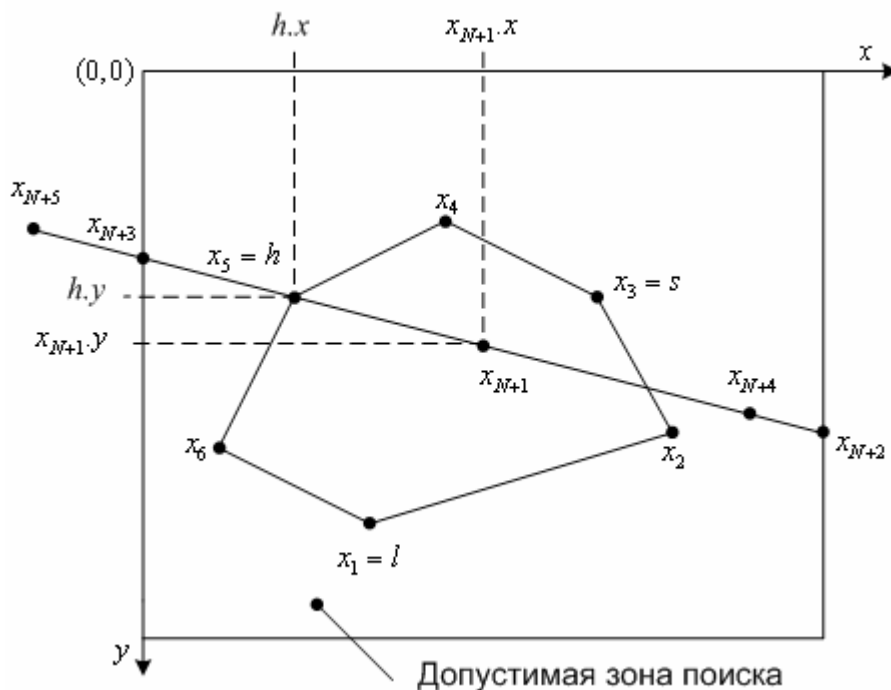


Рисунок 2.33 – Иллюстрация модифицированного метода деформируемого многогранника

Шаг 4. Найти «центр тяжести» всех вершин многогранника за исключением наихудшей h . «Центр тяжести» x_{N+1} определяется с учетом весовых коэффициентов, зависящих от значений $f(x_i)$:

$$x_{N+1} = \frac{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq h}}^N (x_j \cdot f(x_j))}{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq h}}^N f(x_j)} \quad (2.16)$$

Шаг 5. Проверить условие окончания:

– если $\sigma = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [f(x_j) - f(x_{N+1})]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \leq \varepsilon$, то процесс поиска можно завершить

и в качестве приближенного решения взять наилучшую точку текущего многогранника: $x^* \cong l$;

– если $\sigma > \varepsilon$, продолжать процесс.

Шаг 6. Определить длину L_m из вершины h через «центр тяжести» x_{N+1}

, отрезок $[h, x_{N+1}]$ по формуле $L_m = \sqrt{(x_{N+1}.x - h.x)^2 + (x_{N+1}.y - h.y)^2}$.

Шаг 7. Определение уравнения прямой из вершины h через «центр тяжести» x_{N+1} .

Шаг 8. Определение граничных координат прямой – точки пересечения прямой и границ допустимой зоны поиска: точки x_{N+2} и x_{N+3} .

Шаг 9. Часть прямой из вершины h к «центру тяжести» в дальнейшем будем называть «основной». Часть прямой из вершины h в противоположенную сторону от «центра тяжести» в дальнейшем будем называть «вспомогательной». Назначение «вспомогательной» прямой – дополнительная проверка, чтобы избежать сползания в локальный экстремум.

Определяем максимальные длины основной и вспомогательной прямых, соответственно отрезки $[h, x_{N+2}]$ и $[h, x_{N+3}]$.

Определяем длины основной и вспомогательной прямых как $3L_m$.

На рисунке это отрезки $[h, x_{N+4}]$ и $[h, x_{N+5}]$.

Шаг 10. Поиск экстремума на «основной прямой»:

Проверяем, находится ли прямая только в допустимой зоне поиска:

– если условие выполняется, то определяем координату конечной точки (на рисунке точка x_{N+4});

– иначе конечная точка – это точка с граничными координатами x_{N+2} .

Далее проводим одномерную оптимизацию и определяем координаты точки (x_{min}, y_{min}) на ТИ, в которой критериальная функция принимает

минимальное значение $f_{\min}$.

Проверяем $f_{\min} < f(h)$:

- если условие выполняется, то переходим к шагу 3;
- иначе продолжаем процесс.

Шаг 11. Поиск экстремума на «вспомогательной прямой».

Проверяем, находится ли прямая только в допустимой зоне поиска:

- если условие выполняется, то определяем координату конечной точки (на рисунке точка x_{N+5});
- иначе конечная точка – это точка с граничными координатами x_6 .

Далее определяем координаты точки $(x_{\min}, y_{\min})$ на ТИ, в которой критериальная функция принимает минимальное значение $f_{\min}$.

Проверяем $f_{\min} < f(h)$:

- если условие выполняется, то переходим к шагу 3;
- иначе продолжаем процесс.

Шаг 12. Выполнить операцию редукции. Формируется новый многогранник с уменьшенными вдвое сторонами и вершиной l : $x_j = x_l + 0,5(x_j - x_l)$, $j = 1, 2, 3, \dots, N$. Перейти к шагу 3.

Для оценки эффективности предложенной модернизации МДМ с N вершинами (ММДМ- N) были проведены экспериментальные исследования зависимости вероятности попадания в глобальный экстремум от количества вершин в многограннике N (рисунок 2.34). Исследования проводились путем сбора статистических данных при различных случайных начальных положениях многогранника. Также на рисунке 2.34 для сравнения приведены результаты простого увеличения числа вершин многогранника классического МДМ (МДМ- N). Из графика видно, что это позволяет увеличить вероятность попадания в глобальный экстремум только до 0,65, в то время как модернизированный ММДМ позволяет достичь 0,98 при $N = 49$.

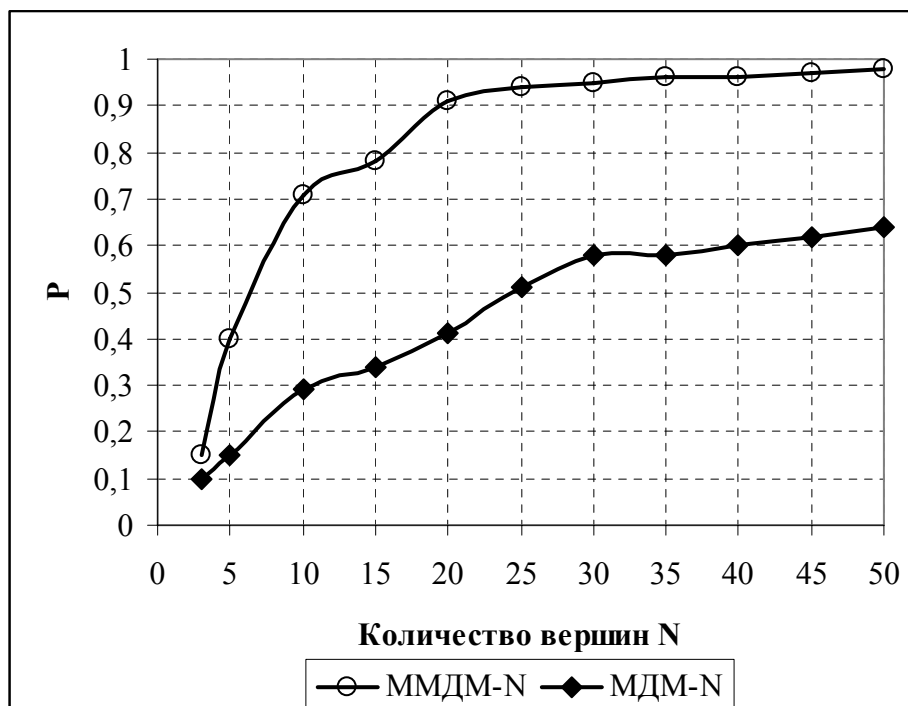


Рисунок 2.34 – Зависимость вероятности попаданий в глобальный экстремум от количества вершин многогранника

Исследования также показали, что при использовании модифицированного МДМ с количеством вершин больше 25, когда «центр тяжести» вычисляется с учетом весовых коэффициентов (2.16), можно достичь небольшого выигрыша в трудоемкости, приблизительно 100 вызовов ЦФ.

Целесообразно сравнить ММДМ и ГА по трудоемкости и вероятности попадания в ГЭ. На рисунке 2.35. приведена КХА для ММДМ-N с количеством вершин $N > (n + 1)$, где n – размерность пространства поиска и ГА с вероятностью скрещивания $P_c = 0,25$, с битовым оператором мутации с вероятностью мутации $P_m = 0,01$, с использованием селекции с усечением с «порогом отсечения» 0,4.

Проведенные сравнительные исследования модернизированного ММДМ-N подтверждают его более высокую эффективность относительно классического МДМ, ММДМ и ГА. Соотношение вероятности попадания в глобальный экстремум и числа вычислений ЦФ для него является оптимальным.

В приведенной модификации ММДМ координаты вершин многогранника генерируются случайным образом. Однако, если вершины распределять по равномерной сетке, то эффективность ММДМ в плане надежности можно увеличить на 2 – 6 % (рисунок 2.36).

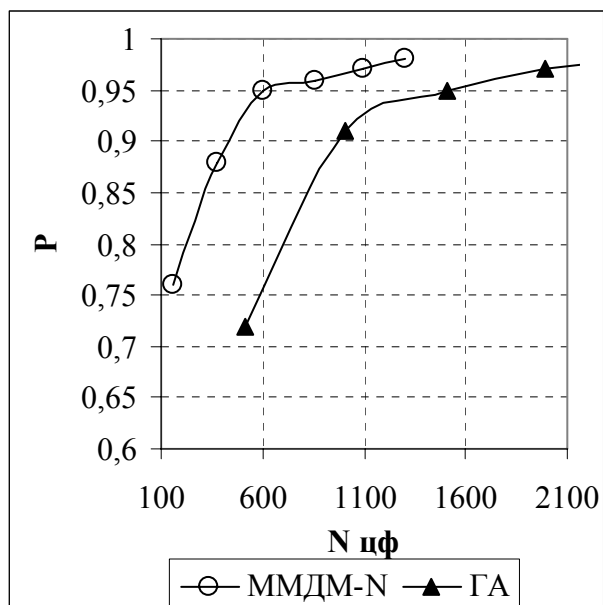


Рисунок 2.35 – КХА ММДМ-N и ГА

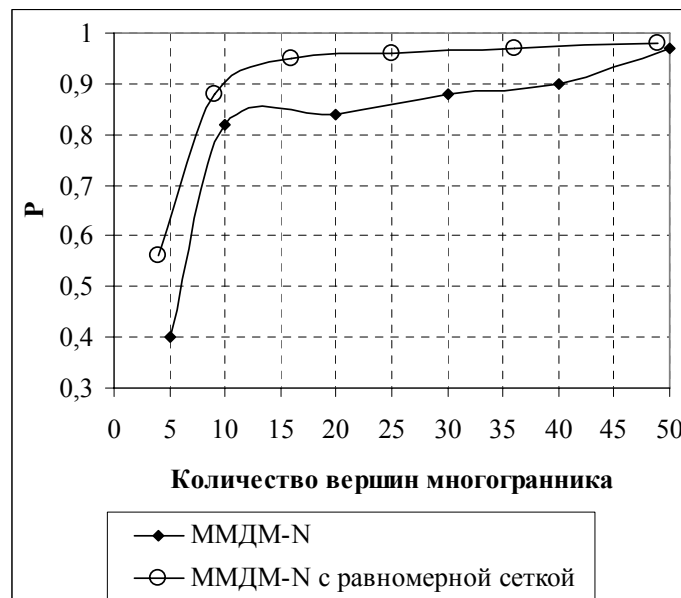


Рисунок 2.36 – КХА ММДМ-N

2.9. Повышение эффективности алгоритмов за счет кластеризации области поиска

Приведенные выше алгоритмы обладают высокой надежностью, но для них характерно большое количество вызовов ЦФ, а в условиях реального времени это недопустимо. Поэтому для уменьшения данного показателя предлагается кластеризация области поиска ГЭ [50].

Для начала сокращение количества вычислений ЦФ можно достичь за счет введения массива значений ЦФ. Многие быстро сходящиеся методы поиска ГЭ, такие как методы, основанные на применении генетических алгоритмов [47, 48], методы, использующие мултистарт [21], и методы, в основе которых лежит деформируемый многогранник [34, 36, 49] формируют такую последовательность подлежащих проверке точек, в которой возможно повторное использование ранее вычисленных значений. Вновь формируемые пробные точки вычисления ЦФ могут либо полностью совпадать с уже

использованными, либо быть от них на небольшом расстоянии.

Полное совпадение координат пробных точек происходит чаще всего из-за того, что данные методы высчитывают координаты следующей анализируемой точки с субпиксельной точностью, а затем эти результаты приводятся к целочисленным значениям координат. При таком приведении разные вещественные промежуточные результаты при округлении могут оказаться одинаковыми, провоцируя тем самым повторные вычисления ЦФ в одной и той же точке. При работе ГА на этапе скрещивания, т.е. получения новых координат взаимного положения ЭИ и ТИ, также могут быть получены координаты, значения ЦФ в которых уже вычислялись ранее. Поэтому введение массива M уже вычисленных значений ЦФ может сократить количество вычислений ЦФ.

На рисунке 2.37 приведено сравнение КХА при использовании массива значений функции и без использования массива для ММДМ с N вершинами распределенных по равномерной сетке (ММДМ- N), а на рисунке 2.38 соответствующий рисунок для метода мультистарт, в котором в качестве локального метода используется МДМ (мультистарт-МДМ).

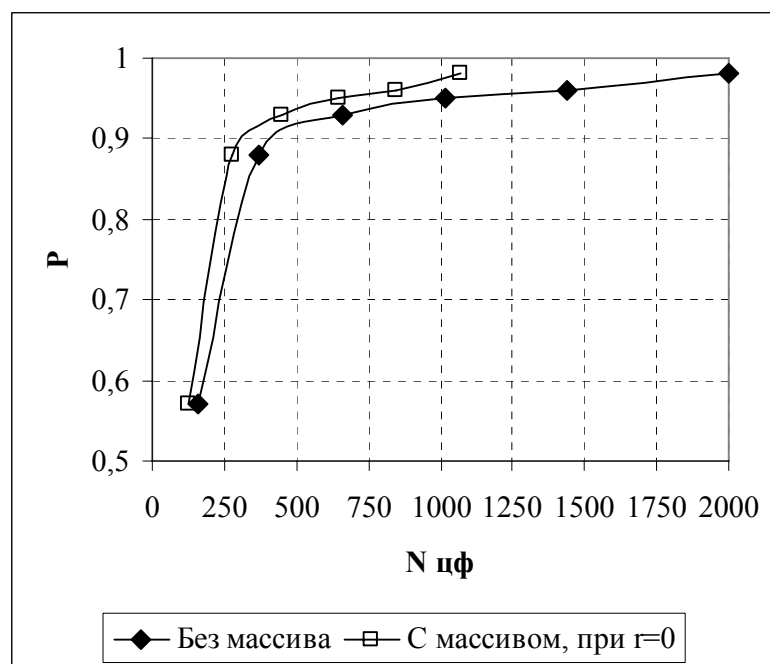


Рисунок 2.37 – КХА вычислений ЦФ при наличии массива и без массива значений ЦФ для ММДМ- N

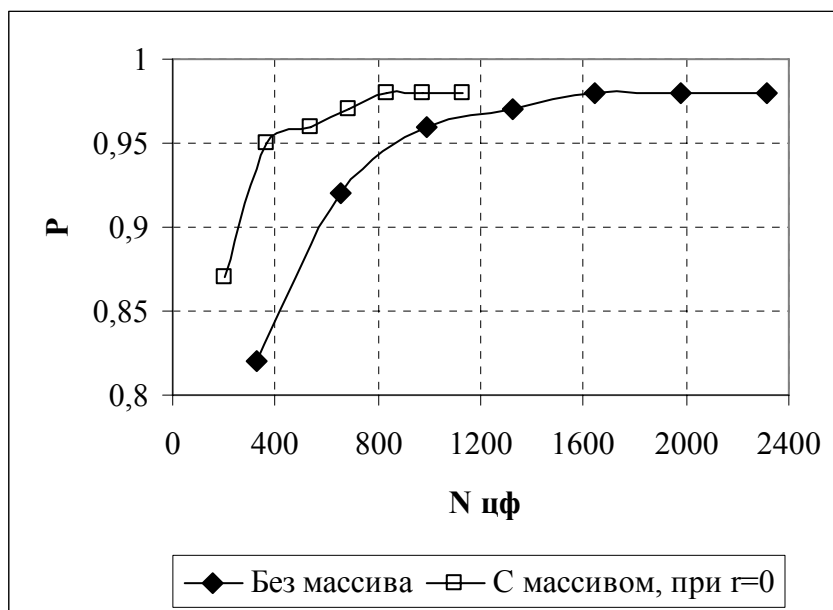


Рисунок 2.38 – КХА при наличии и без массива значений ЦФ для мультистарта-МДМ

Таким образом, использование самой идеи устранения повторных вычислений ЦФ при попадании поискового метода в одни и те же точки позволяет в 2 раза уменьшить число вычислений ЦФ.

Для увеличения вероятности и точности попадания в ГЭ предлагается использовать два этапа – глобальный и локальный [21, 22]. Так как ГА в большинстве случаев находит приближенное значение ГЭ, то для его уточнения необходимо использовать уточняющие методы локальной оптимизации. В качестве локального метода выбран метод деформируемого многогранника [33, 34] (МДМ), так как в этом методе сразу выбираются три точки для начального поиска экстремума, а не одна как в других методах. Это позволяет лучше «чувствовать» пространство поиска и соответственно увеличивать вероятность попадания в ГЭ.

Оценка эффективности этих двух предложений для ГА иллюстрируется на рисунке 2.39. Только использование массива M для хранения ранее вычисленных значений ЦФ позволяет уменьшить трудоемкость ГА более чем в 3 раза.

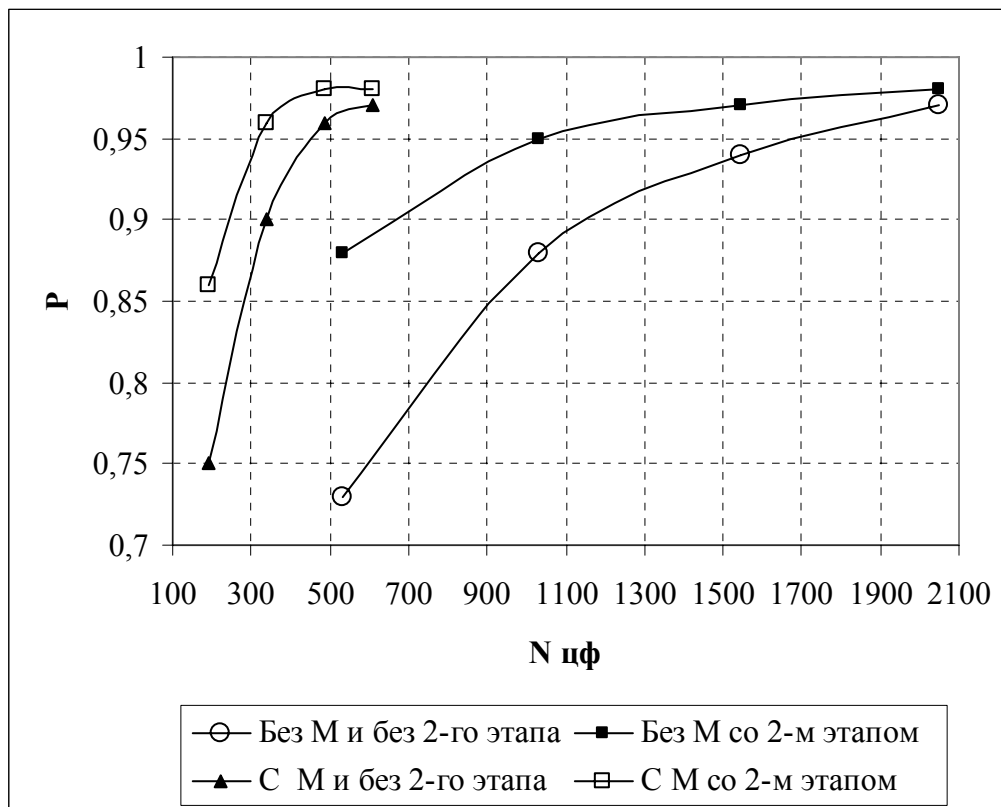


Рисунок 2.39 – КХА для ГА при использовании 2-го этапа и массива значений ЦФ

В результате проведения предварительных статистических исследований корреляционной функции, полученной в результате совмещений двух изображений (п.п.1.2.2) были получены оценки среднего расстояния между ближайшими локальными экстремумами $\tilde{d}_{cp}$. Это позволяет не только использовать массив уже вычисленных значений функции вместо повторных вычислений, но и использовать кластеризацию области поиска экстремума. При этом в каждом кластере значение функции вычисляется только один раз.

Пусть для кластеров имеющих форму квадрата с длиной стороны равной a его размер определяется параметром

$$r = (a - 1) / 2. \quad (2.17)$$

В этом случае, кластер, состоящий из одной точки (пикселя), имеет размер $r = 0$, то есть кластеризация отсутствует. Кластер, который состоит из центрального пикселя и восьми пикселей, окружающих его одним слоем имеет

размер равный $r = 1$ и т.д.

Тогда, исходя из того, что для надёжного выделения ГЭ должно быть не менее двух отсчетов значений ЦФ на интервале $\tilde{d}_{cp}$, с учётом ортогональности сторон кластера, $a \leq \tilde{d}_{cp} \sqrt{2}/2$. Таким образом, допустимый размер кластера определяется как:

$$r \leq \tilde{d}_{cp} \sqrt{2}/4. \quad (2.18)$$

В данной работе исследуется эффективность кластеризации области поиска ГЭ ЦФ при использовании различных стратегий заполнения значений функции внутри кластера:

- использование только точных попаданий в координаты предыдущих вычислений функции, то есть непосредственное использование массива предыдущих вычислений, при этом $r = 0$;
- интерполяция нулевого порядка (тиражирование) значений функции внутри кластера размером $r > 0$;
- однократная интерполяция первого порядка значений функции внутри кластера размером $r > 0$;
- многократная интерполяция первого порядка значений функции внутри кластера размером $r > 0$.

Интерполяция осуществляется для точек, которые являются общими для нескольких кластеров, с учетом весового влияния их центров. Однократная выполняется только один раз для каждой точки, ставшей общей впервые при пересечении двух кластеров.

Для всех стратегий с $r > 0$ общее количество вычислений ЦФ складывается из вызовов на каждом этапе, причём если на первом шаге оно уменьшается с ростом размера кластера r опосредованно с учётом свойства сходимости метода поиска ГЭ, то на втором зависимость абсолютно прозрачна – число вызовов ЦФ с учётом некоторой погрешности нахождения экстремума ε равно $(2(r + \varepsilon) + 1)^2$ при использовании на втором шаге метода полного

перебора (сканирования).

Общее количество вычислений ЦФ с учётом обоих этапов имеет минимальное значения при определённом оптимальном значении r . Если на втором этапе не использовать метод полного сканирования кластера, а применить какой-либо менее затратный поисковый метод, оптимальное значение r увеличивается вследствие уменьшения трудоёмкости второго этапа.

Интерполяция нулевого порядка (тиражирование). Данный метод предполагает тиражирование каждого заносимого в массив истинного значения ЦФ (точка A на рисунке 2.40) по всем неинициализированным элементам кластера вокруг него. Элементы кластера, которые уже были определены на предыдущих итерациях, переопределению не подвергаются.

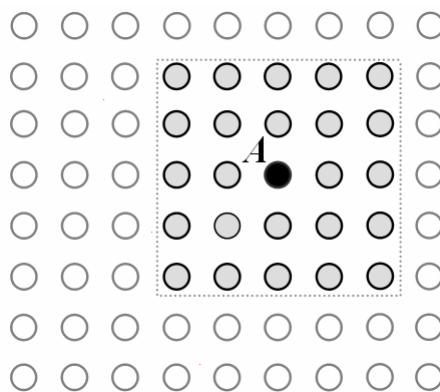


Рисунок 2.40 – Интерполяция нулевого порядка

При использовании интерполяции нулевого порядка происходит огрубление истинной корреляционной картины, всё более значительное при увеличении размера кластера, внутри которого происходит тиражирование.

В связи с этим после нахождения ГЭ на этой «грубой» картине необходимо также осуществить дополнительный, второй этап. На нём значения корреляционной функции в некоторой окрестности найденного «грубого» экстремума должны быть вычислены без использования массива – с тем, чтобы найти истинный ГЭ, который в общем случае может и отличаться от найденного на первом шаге.

Однократная интерполяция. Данный метод использует уже интерполяцию первого порядка и на каждой итерации затрагивает не только

неозначенные ранее элементы кластера, но и получившие свои значения путём тиражирования непосредственно вычисленного значения элемента массива на одной из прошлых итераций. Иллюстрация стратегии приведена на рисунке 2.41.

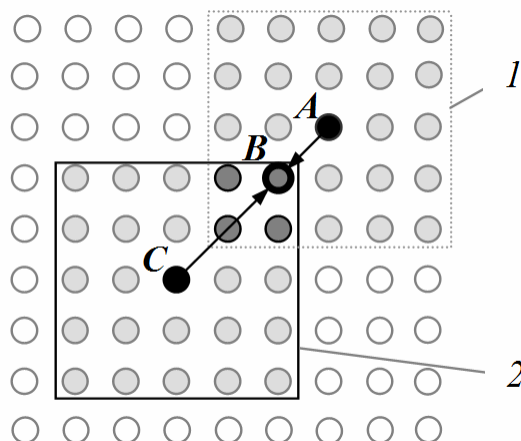


Рисунок 2.41 – Однократная интерполяция

На первых итерациях данный метод действует абсолютно аналогично предыдущему, однако когда на очередном шаге в кластере оказывается уже инициализированное ранее значение, оно уточняется в зависимости от соотношения расстояния, через которое оно было стиражировано при инициализации, и расстояния от центра кластера на текущей итерации, через которое оно будет уточнено (соответственно, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CB}$). На рисунке 2.41 область 1 – кластер на одной из прошлых итераций. В ходе его обработки непосредственно вычисленное значение ЦФ из центра кластера (точка A) было растиражировано в том числе и в неозначенную ранее точку B. Область 2 – кластер, обрабатываемый на текущей итерации. Ранее стиражированное в точку B значение уточняется.

Векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CB}$ отражают влияние старого (точка A) и нового (точка C) центров на рассматриваемую точку B. Влияние каждого из центров обратно пропорционально длине соответствующего вектора:

$$f(B) = \frac{f(A) \cdot l_{CB} + f(C) \cdot l_{AB}}{l_{CB} + l_{AB}}, \quad (2.19)$$

где $f(A), f(B), f(C)$ – значение ЦФ в соответствующих точках; l_{CB}, l_{AB} – длины соответствующих векторов.

Пусть на первой итерации была вычислена ЦФ в точке A и полученное значение было записано в соответствующий элемент массива. После этого данное значение тиражируется по всем элементам кластера вокруг точки A . В отдельном поле каждого из этих элементов записываются координаты центра кластера (точка A) как источника тиражированного значения.

Пусть на второй итерации была вызвана точка C , вычисленное значение в ней было записано в соответствующий элемент массива. Далее в цикле анализируются элементы кластера вокруг точки C . Не означенные на первой итерации точки в текущем кластере (на рисунке 2.41 не закрашены) получают в результате тиражирования значение из точки C и её координаты в качестве источника. Означенные на первой итерации точки (серого цвета), попавшие в текущий кластер, будут уточнены и в качестве координат источника в них будут сохранены их собственные координаты, чтобы исключить последующее уточнение этих значений в этих точках.

Общий алгоритм работы данного метода таков.

Шаг 1. Если очередное запрошенное значение ЦФ уже есть в массиве, оно берётся оттуда. Выход.

Шаг 2. Если соответствующий элемент массива ещё не означен, происходит вычисление ЦФ и её значение записывается в соответствующий элемент массива.

Шаг 3. Перебор элементов массива в границах кластера, центром которого является элемент, означенный на шаге 2.

Шаг 3.1. Если очередной элемент массива в кластере не означен, в него записывается значение центрального элемента, координаты (индексы столбца и строки в массиве) этого центрального элемента записываются в соответствующие поля текущего элемента кластера.

Шаг 3.2. Если в очередном элементе кластера уже имеется значение, то оно уточняется в зависимости от соотношения длин двух векторов уточнения

(2.19). Уточнённое значение сохраняется в этом элементе кластера, и данное значение на последующих итерациях не уточняется. Это и даёт методу название однократной интерполяции.

Шаг 4. Значение центрального элемента кластера возвращается в процедуру, реализующую алгоритм поиска экстремума.

Данный алгоритм выполняется каждый раз, когда алгоритм поиска экстремума запрашивает значение ЦФ в очередной поисковой точке.

Многократная интерполяция. Данный метод также основан на интерполяции первого порядка, но снимает ограничение на количество уточнений неистинных значений в массиве. Пример работы алгоритма на первых двух итерациях показаны на рисунке 2.42,а. Область 1 – кластер на одной из прошлых операций. В ходе его обработки непосредственно вычисленное значение ЦФ из центра кластера (точка A) было растажировано в том числе и в неозначенную ранее точку B . Область 2 – кластер, обрабатываемый на текущей итерации. Ранее записанное в точке B значение уточняется.

Для каждого уточнённого на некоторой итерации значения фиксируется точка-источник этого значения (точка D). Она находится суммированием векторов уточнения на двух последних итерациях, на которых данное значение изменялось (векторы $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AB}$ соответственно и найденный по принципу параллелограмма суммарный вектор $\overrightarrow{DB}$).

При первом обращении к элементу (т.е. при тиражировании) точкой-источником являлась точка A , на более же поздних итерациях точка, заявленная в качестве источника, может даже не быть означенной. Она сохраняется лишь для продолжения алгоритма – на основе сохранённых координат этой точки вычисляется длина одного из двух векторов уточнения ($\overrightarrow{DB}$), значение уточняется, определяется новая фиктивная точка-источник, и алгоритм продолжается (на рисунке 2.42, б область 3 соответствует новому кластеру).

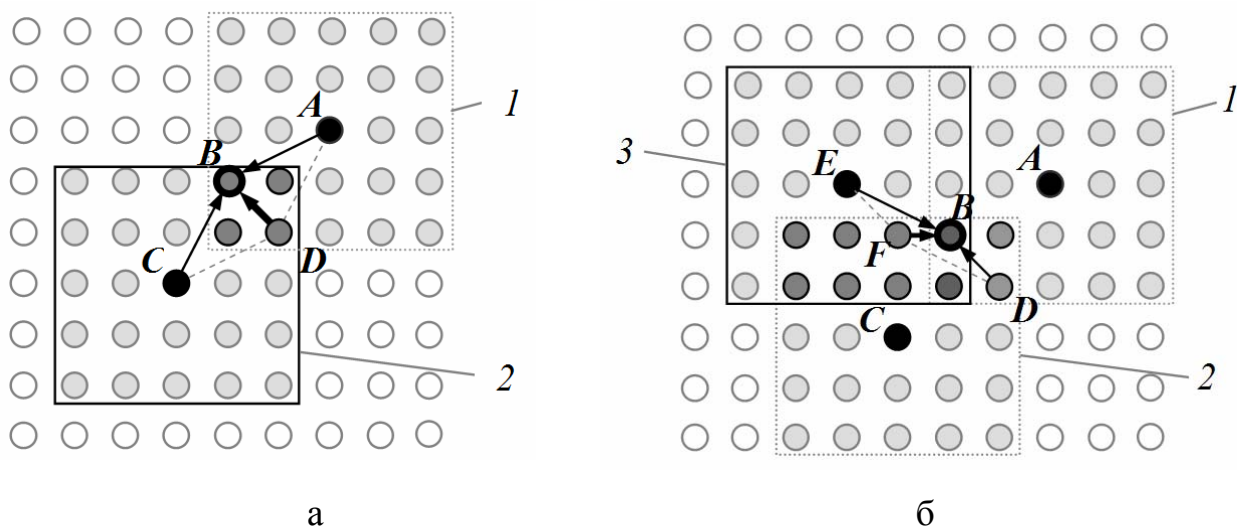


Рисунок 2.42 – Многократная интерполяция

Алгоритмические отличия от стратегии однократной интерполяции проявляются на шаге 3.2

Шаг 3.2. Если в очередном элементе кластера (точка B на рисунке 4а) уже имеется значение, то оно уточняется в зависимости от соотношения длин двух векторов уточнения. Началом одного из них является центр текущего кластера, другого – точка, координаты которой были сохранены в рассматриваемом элементе кластера, а общим концом векторов является точка, соответствующая рассматриваемому элементу кластера (на рисунке 2.42,а это вектора $\vec{CB}$ и $\vec{AB}$ соответственно). По принципу параллелограмма находится сумма этих векторов, и координаты начала этого суммарного вектора сохраняются в специальных полях текущего элемента массива для использования на последующих итерациях. Уточнённое значение также сохраняется в одном из полей этого элемента.

Для сравнения эффективности предложенных стратегий кластеризации области поиска экстремума ЦФ был проведён ряд экспериментов для определения зависимости надёжности и точности нахождения ГЭ ЦФ от количества вычислений ЦФ для различных значений размера кластера r .

Эксперименты были разбиты на серии в зависимости от размера ЭИ (25%, 33%, 50% и 80% от линейных размеров ТИ). В качестве текущего изображения использовались bmp-файлы только с отфильтрованными и

отфильтрованными и сегментированными радиолокационными изображениями (РЛИ) подстилающей поверхности, размером 260×260 пикселей. Для данных изображений получены оценки $\tilde{d}_{cp} = 10 \div 12$. При этом допустимое значение размера кластера (2.18) определяемое как $r = 4$.

Эксперименты проводились для модифицированного метода деформируемого многогранника с количеством вершин больше трех [49], мультистарта и метода ГА.

При исследовании ММДМ с N вершинами распределенных по равномерной сетке выбиралось, соответственно 4, 9, 16, 25, 36 и 49 вершин. На втором этапе для уточнения экстремума использовался метод полного перебора (сканирование) и метод МДМ [33, 34] в окне размером равном размеру кластера с единичным допуском, т.е. размер окна равен $r + 1$.

Результаты получены для ЭИ размером 50% от ТИ.

На рисунке 2.43 приведена зависимость вероятности попадания в ГЭ от размера кластера для различных стратегий при $r > 0$, когда на 2 этапе используется метод полного перебора.

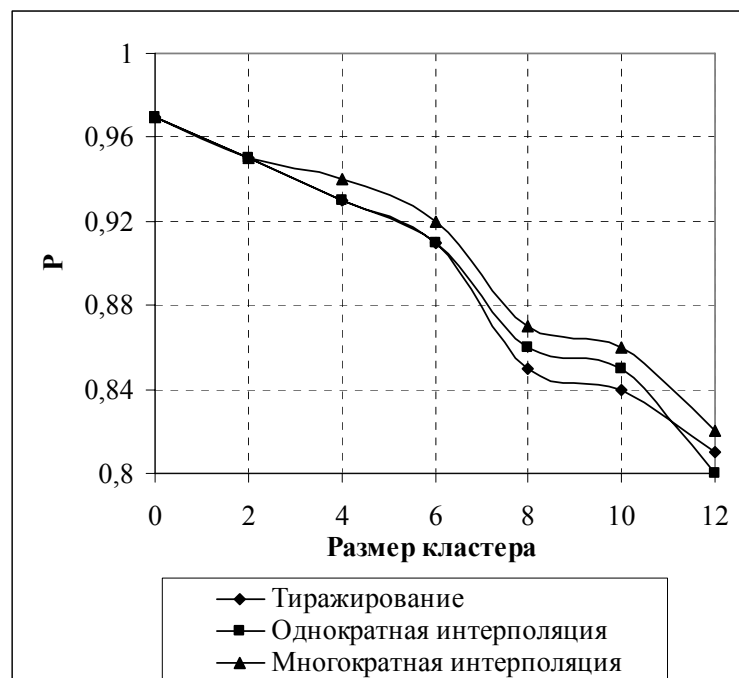


Рисунок 2.43 – Зависимость вероятности попадания в ГЭ от размера кластера для различных стратегий, когда на 2 этапе используется сканирование

Анализ полученных зависимостей показывает, что все три стратегии при $r \leq 2$ дают приблизительно одинаковый результат. При больших размерах кластера небольшой выигрыш (приблизительно 1%) имеет многократная интерполяция.

На следующем рисунке 2.44 приведена зависимость вероятности попадания в ГЭ от размера кластера для многократной интерполяции, когда на втором этапе используется в первом случае метод полного перебора, а во втором – МДМ.

При размере кластера $r \leq 8$ использование на втором этапе МДМ позволяет даже повысить вероятность попадания в ГЭ. Потому что данный метод стартует в означенном окне и в процессе поиска может выйти за пределы окна и найти ГЭ где-то рядом с зоной поиска.

На рисунке 2.45 приведена зависимость количества вызовов ЦФ от размера кластера для многократной интерполяции, когда на втором этапе используется в первом случае метод полного перебора, а во втором – МДМ.

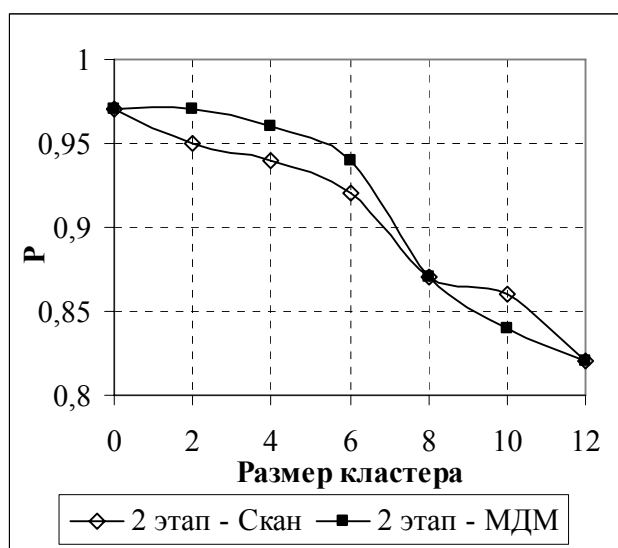


Рисунок 2.44 – Зависимость вероятности попадания в ГЭ от размера кластера

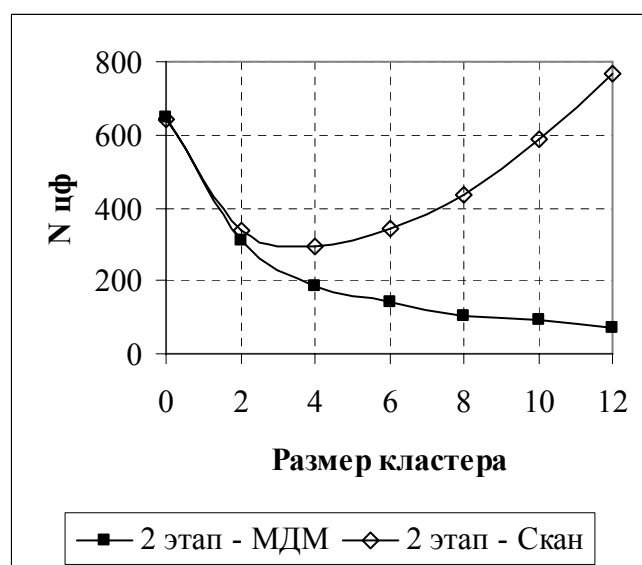


Рисунок 2.45– Зависимость количества вызовов ЦФ от размера кластера

При использовании метода полного перебора на втором этапе достигается минимальное значение трудоёмкости поиска ГЭ при оптимальном значении размера кластера $r = 4$.

На рисунке 2.46 приведена КХА ММДМ-N для многократной интерполяции при различных размерах кластера, на втором этапе которого используется метод полного перебора (сканирование), а на рисунке 2.47 – КХА ММДМ-N с МДМ на втором этапе.

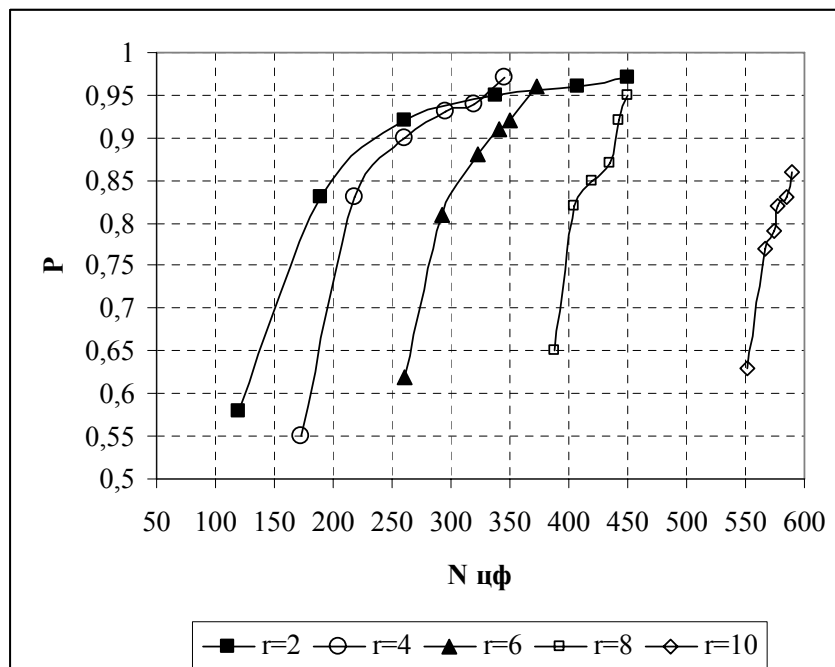


Рисунок 2.46 – КХА ММДМ-N при различных размерах кластера, при использовании на 2 этапе сканирования

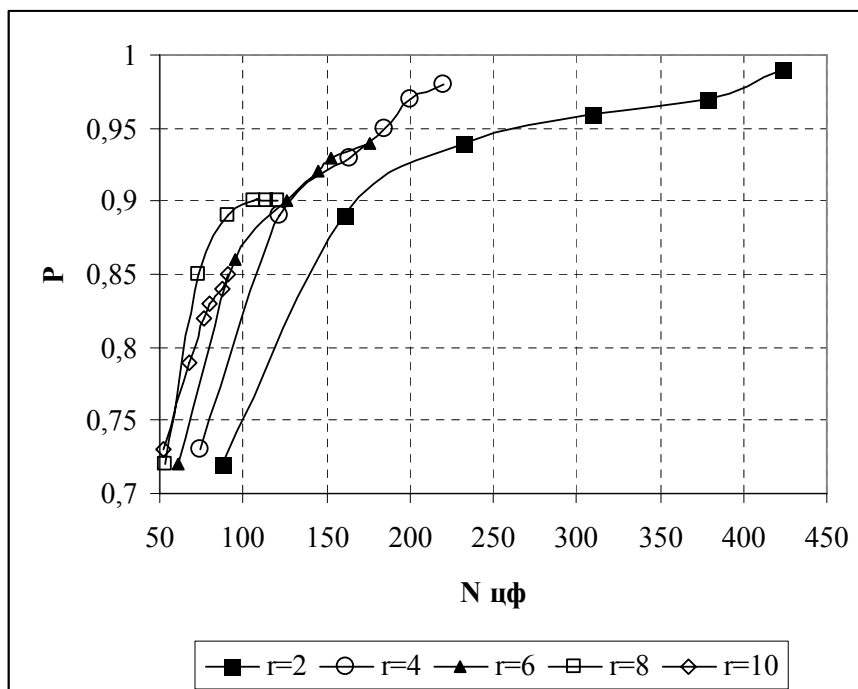


Рисунок 2.47 – КХА ММДМ-N при различных размерах кластера, при использовании на 2 этапе МДМ

Анализ приведенных графиков на рисунке 2.46 показывает, что при полном переборе на 2-ом этапе, естественно, при увеличении размера кластера увеличивается и количество вызовов ЦФ. Оптимальный размер кластера $r = 4$, когда при количестве вызовов ЦФ равном 350, вероятность попадания в ГЭ достигает 0,98.

При использовании МДМ на 2 этапе (рисунке 2.47), увеличение размера кластера приводит к уменьшению количества вызовов ЦФ. Но эта тенденция сохраняется при размерах кластера $r \leq 9$, а при $r = 10$ количество вызовов ЦФ начинает расти. Однако оптимальный размер кластера $r = 4$, когда при количестве вызовов ЦФ равном 220, вероятность попадания в ГЭ достигает также 0,98.

Аналогичные результаты получены и для метода мултистарт (рисунок 2.48).

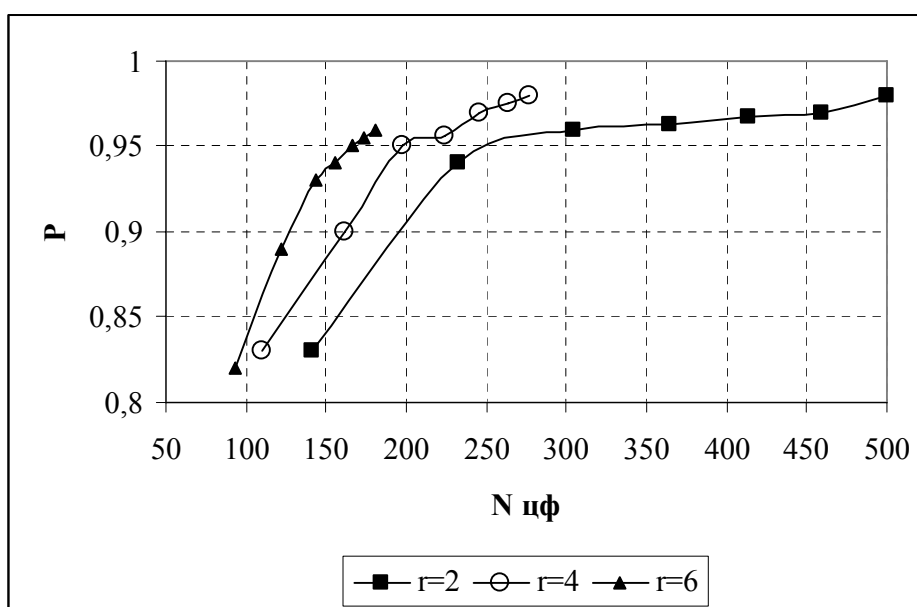


Рисунок 2.48 – КХА метода мултистарт при различных размерах кластера, при использовании на 2 этапе МДМ

Увеличение размера кластера приводит также к уменьшению количества вызовов ЦФ. Оптимальный размер кластера $r = 4$, когда при количестве вызовов ЦФ равном 280, вероятность попадания в ГЭ достигает также 0,98.

Применение кластеризация для ГА также показала свою эффективность.

На рисунке 2.49 приведена зависимость вероятности попадания в ГЭ от размера кластера для различных стратегий. Все три стратегии дают практически одинаковый результат при $r \leq 4$. При больших размерах кластера $r > 4$ небольшой выигрыш (приблизительно 1 – 2 %) имеет многократная интерполяция, при этом наблюдается падение вероятности попадания в ГЭ. Таким образом, наиболее рациональным является использование интерполяции нулевого порядка (тиражирования), как наименее трудоемкой, при размере кластера $r \leq 4$.

На рисунке 2.50 приведена зависимость вероятности попадания в ГЭ от размера кластера при количестве поколений 20 и размере популяции 150 и 200. На рисунке 2.51 приведена зависимость количества вычислений ЦФ от размера кластера.



Рисунок 2.49 – Зависимость вероятности попадания в ГЭ от размера кластера ГА при различных видах интерполяции

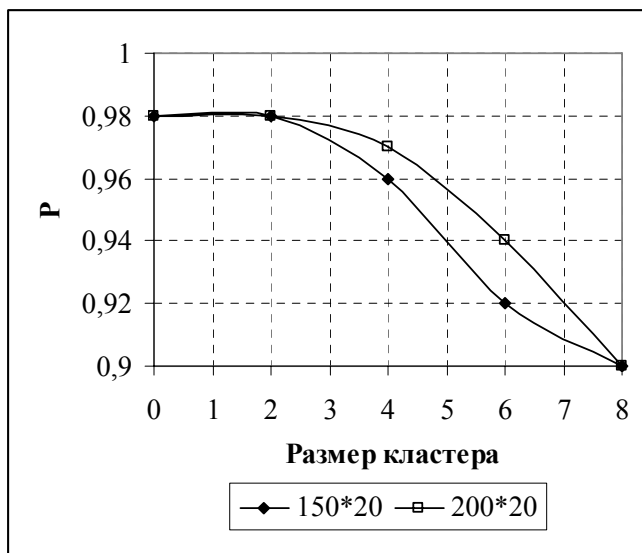


Рисунок 2.50 – Зависимость вероятности попадания в ГЭ от размера кластера

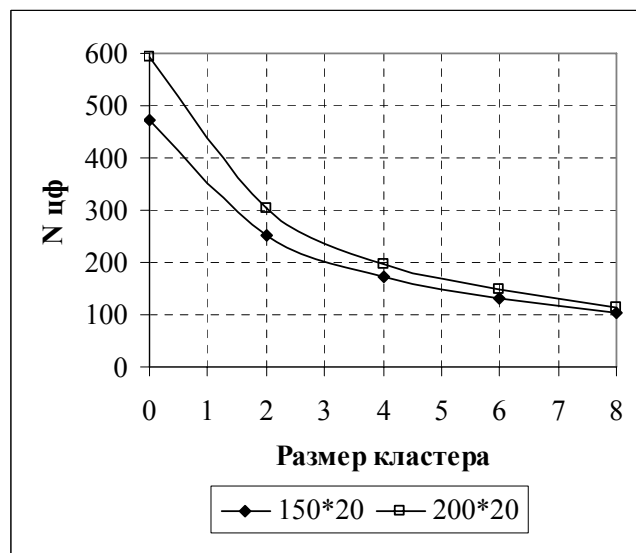


Рисунок 2.51 – Зависимость количества вычислений ЦФ от размера кластера

На рисунке 2.52 приведена КХА ГА при различных размерах кластера.

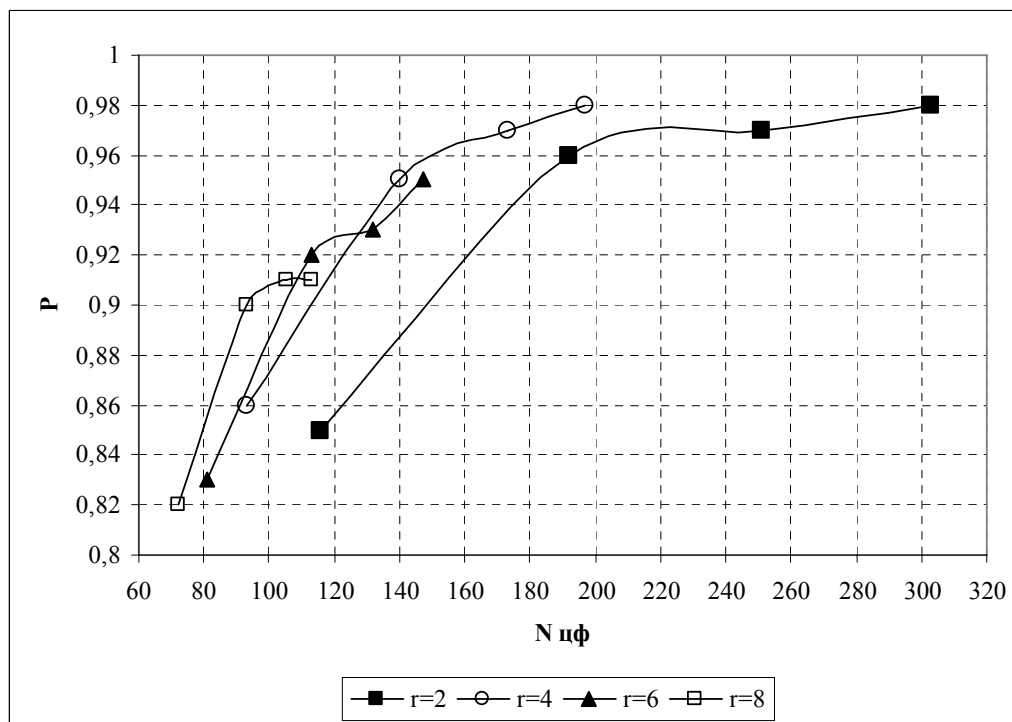


Рисунок 2.52 – КХА ГА при различных размерах кластера

Анализ приведенных графиков показывает, что при размере кластера $r \leq 2$ вероятность попадания в ГЭ не уменьшается, а количество вычислений

ЦФ уменьшается в 2 раза. Оптимальный размер кластера $r = 4$, тогда при количестве вызовов ЦФ равном 200, вероятность попадания в ГЭ достигает 98 %.

Использование массива для хранения ранее вычисленных значений ЦФ, позволяет сократить количество вычислений ЦФ у ГА в 3 раза. Применение МДМ на втором этапе даёт ускорение на порядок. При этом сохраняется вероятность попадания в ГЭ на уровне не менее 0,97 – 0,98. Оптимальный размер кластера равен 4. Если размер кластера увеличить до 8, то количество вызовов ЦФ уменьшится еще в два раза, но в то же время на 0,07 – 0,08 уменьшится вероятность попадания в ГЭ.

Таким образом, использование массива ранее вычисленных значений ЦФ и кластеризация области поиска позволяет сократить количество вычислений ЦФ на порядок. При этом сохраняется вероятность попадания в ГЭ на уровне не менее 0,98. Оптимальный размер кластера для данного вида ТИ, в качестве которого используется РЛИ, равен 4.

Так как выигрыш от использования многократной интерполяции незначительный, но он требует дополнительных вычислений, то оптимальной стратегией можно считать интерполяцию нулевого порядка.

Использование на втором этапе МДМ с возможностью выхода за границы кластера, позволяет увеличить надежность нахождения ГЭ.

2.10. Сравнение качественных характеристик алгоритмов

На рисунке 2.53 приведены лучшие КХА всех методов, которые исследованы и модернизированы в этой главе.

Анализ графиков показывает, что только три метода достигают вероятности попадания в ГЭ 0,95 при количестве вычисления ЦФ 140 у ГА, 160 у ММДМ-N и 200 у мультистарта. Чтобы достичь 0,98 вероятность попадания в ГЭ необходимо 200 вычислений ЦФ у ГА, 220 вычислений ЦФ у ММДМ-N и 280 у мультистарта. Все эти методы используют кластеризацию области поиска. Кластеризация области поиска и использование МДМ на 2

этапе также повышает вероятность попадания в ГЭ и у МДМ-N с 0,65 до 0,93, однако этого не достаточно для выполнения требований к рассматриваемой системе совмещения изображений.

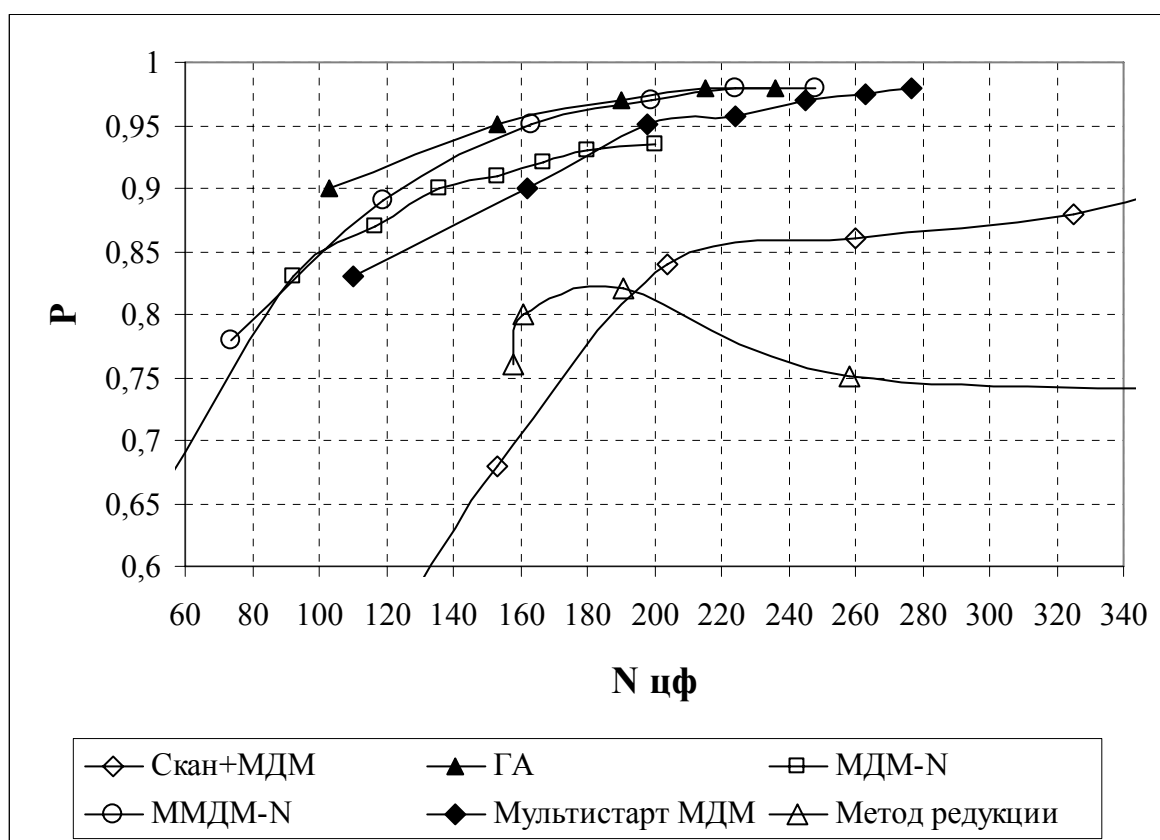


Рисунок 2.53 – КХА всех методов

Метод редукции размерности также не удовлетворяет требованиям к системе по вероятности попадания в ГЭ. Метод сканирования достигает заданной вероятности попадания в ГЭ, но при этом количество вычислений ЦФ в 3 раза больше, чем у ГА, ММДМ-N и мультистарта.

Таким образом, для дальнейших исследований влияния искажений на надежность поиска ГЭ целесообразно в первую очередь использовать три лучших метода: ГА, ММДМ-N и мультистарт.

Далее были проведены оценки реального времени выполнения выбранных алгоритмов на процессоре специализированной бортовой вычислительной машины, построенной на базе RISC-процессоров R4000 ($F_t = 200 \text{ МГц}$) и RM7900 ($F_t = 800 \text{ МГц}$) с использованием теста Dhrystone

Benchmark. При этом использовался коэффициент сопоставления производительности бортовой машины с производительностью персонального компьютера, на котором проводились эксперименты. Требованиям реального времени приведенным в (п.1.1) с необходимым запасом удовлетворяют два метода: ГА и ММДМ-N.

Основные результаты

1. Разработан модифицированный алгоритм поиска локального экстремума, основанный на методе деформируемого многогранника, который позволил увеличить вероятность попадания в глобальный экстремум за счет анализа поведения критериальной функции на линии деформации многогранника.

2. Исследован метод мултистарта. Получено соотношение, позволяющее сравнить эффективность использования двух локальных методов поиска ГЭ, которые имеют различные соотношения показателей КХА ($N_{цф}, P$) при использовании их в данном методе. Показано, что при использовании мултистарта, для большинства локальных методов преимущество имеют более простые по реализации, но менее эффективные по вероятности методы.

3. Исследован алгоритм поиска ГЭ с редукцией размерности области поиска с использованием развертки типа Пеано-Гильберта и с последующим применением одномерного алгоритма глобального поиска. В координатах ($N_{цф}, P$) данный метод показал худший результат по сравнению с другими методами поиска глобального экстремума, поэтому не рекомендован для систем совмещения изображений исследуемой предметной области.

4. Исследован генетический алгоритм и произведена настройка его параметров для решения рассматриваемой прикладной задачи.

5. Предложена дальнейшая модификация ММДМ, заключающаяся в увеличении количества вершин многогранника, для того чтобы охватить большее количество значений критериальной функции при выборе направления

деформации многогранника и предотвратить его сползание в локальный экстремум. В результате получен метод поиска ГЭ с вероятностью попадания в ГЭ до 0,98.

6. Предложена методика повышения эффективности алгоритмов поиска глобального экстремума за счет кластеризации области поиска и определения метода локального поиска для уточнения глобального экстремума на втором этапе. Предложенная методика позволяет сократить количество вычислений ЦФ 6 – 8 раз.

7. Определены методы поиска глобального экстремума для решения прикладной задачи совмещения изображений с заданной вероятностью и трудоемкостью: генетический алгоритм, ММДМ-N и мультистарт.

Основные положения раздела опубликованы в работах автора [35, 36, 37, 38, 39, 48, 49, 50].

3. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ИСКАЖЕНИЙ НА НАДЕЖНОСТЬ ПОИСКА ГЛОБАЛЬНОГО ЭКСТРЕМУМА

Основные квазиоптимальные корреляционные алгоритмы работы КЭНС предназначены для обработки идентичных изображений, имеющих определенный относительный сдвиг [11]. При этом предполагается, что искажения в ТИ отсутствуют. Это предположение справедливо далеко не всегда. На практике изображения одного и того же объекта или участка местности, полученные в разное время или с помощью различных датчиков, могут значительно отличаться один от другого. Поэтому необходимо до применения корреляционных алгоритмов провести предварительную обработку для приведения изображений к сравнимому виду. При этом качество предварительной обработки оказывает на общие параметры системы не меньшее влияние, чем сами корреляционные алгоритмы.

По виду искажения можно разделить на геометрические и яркостные искажения изображений.

3.1. Исследование устойчивости алгоритмов поиска глобального экстремума на воздействие шума на яркостную составляющую текущего изображения

Искажения интенсивности изображений возникают обычно из-за изменения метеорологических или сезонных условий, а также из-за шумов в каналах связи.

Основные источники шума на цифровом изображении – это сам процесс его получения, а также процесс передачи. Работа сенсоров зависит от различных факторов, таких как внешние условия в процессе съемки и качество сенсоров. В процессе передачи изображения могут искажаться помехами, возникающими в каналах связи.

Шум, появляющийся на изображениях, может быть классифицирован различными способами. Он может быть коррелированным или

некоррелированным, зависящим или не зависящим от самого сигнала изображения и т.д. Наиболее часто рассматриваются следующие типы шумов на изображениях:

- аддитивный шум. Описывается соотношением $g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$, где $f(x, y)$ – исходное изображение, $g(x, y)$ – зашумленное изображение, $\eta(x, y)$ – аддитивный и не зависящий от сигнала шум с гауссовым (или другим) распределением функции плотности вероятности;
- мультипликативный шум. Описывается соотношением $g(x, y) = f(x, y) \cdot \eta(x, y)$. Примерами такого шума являются: зернистость фотопленки; изображения, полученные с помощью ультразвука, радиолокационные изображения;
- импульсный шум. Описывается соотношением $g(x, y) = (1 - p) \cdot f(x, y) + p \cdot i(x, y)$, где $i(x, y)$ – модель импульсного шума, p – бинарный параметр, принимающий значения 0 и 1;
- шум квантования. Является шумом, зависящим от сигнала, и характеризуется выбранным шагом квантования. Такой шум может производить нежелательные артефакты, например, ложные контуры вокруг объектов, или устранять низкоконтрастные детали на изображении;
- спекл-шум. Класс шумов, зависящих от самого сигнала изображения.

В настоящей работе принят аддитивный характер учета влияния спекл-шума, определяемого в общем случае когерентной обработки суперпозицией множества случайно распределенных в пространстве источников отражения внутри сегмента разрешения [51].

В данной работе в качестве упрощённой модели воздействия помех на изображение использовался гауссовский аддитивный шум, который характерен для телевизионного и тепловизионного изображений и спекл-шум, который характерен для РЛИ. Данные шумы в обоих случаях влияют на яркостную составляющую ТИ.

Результирующее ТИ может быть описано следующим образом:

$$Im_{ТИ}^*(x, y) = Im_{ТИ}(x, y) + s(x, y), \quad (3.1)$$

где $Im_{ТИ}(x, y)$ – исходное значение яркости пикселя с координатами (x, y) ;
 $Im_{ТИ}^*(x, y)$ – зашумленное значение яркости пикселя с координатами (x, y) ;
 $s(x, y)$ – шумовая составляющая изображения.

Для гауссовского шума эта составляющая имеет плотность распределения [52]:

$$f[s(x, y)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma[s(x, y)]^2}} e^{-\frac{(s(x, y) - \mu[s(x, y)])^2}{2\sigma[s(x, y)]^2}}, \quad (3.2)$$

где параметр $\mu[s(x, y)]$ – математическое ожидание случайной величины, которая указывает координату максимума кривой плотности распределения, а $\sigma[s(x, y)]^2$ его дисперсия.

Стандартным нормальным распределением $N(0,1)$ называется нормальное распределение с математическим ожиданием $\mu[s(x, y) = 0]$ и среднеквадратическим отклонением $\sigma[s(x, y)] = 1$.

Моделирование случайных величин, распределенных по нормальному закону, может базироваться на центральной предельной теореме. Если имеется n независимых случайных величин, распределённых по любому закону с конечной дисперсией, то случайная величина равная их сумме будет распределена практически по нормальному закону при достаточно большом значении n .

Случайная величина Z , соответствующая распределению $N(0, \sigma)$, полученная суммированием равновероятных распределений (стандартный датчик случайных чисел в интервале $[0, 1)$) определяется как:

$$Z = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{n}} \sigma(Y - \frac{1}{2}n), \quad (3.3)$$

где $Y = \sum_{i=1}^n X_i$, X_i – случайные числа с равномерной плотностью распределения в интервале от 0 до 1. Достаточное приближение к распределению Гаусса получается уже при $n = 12$.

Для моделирования спекл-шума, характерного для радиолокации используется распределение χ^2 (распределение Пирсона) при значениях степени свободы k , равного 2 или 3. Случайная величина G , распределенная по данному закону с числом степеней свободы k , определяется как

$$G = \sum_{i=1}^k Z_i^2, \quad (3.4)$$

где Z_i , $i = \overline{1, k}$, случайная величина, соответствующая распределению $N(0, 1)$. Функция плотности распределения случайной величины G [52]

$$f_{\chi^2(k)}(g) = \frac{(1/2)^{\frac{k}{2}}}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} g^{\frac{k}{2}-1} e^{-\frac{g}{2}} \quad (3.5)$$

представлена на рисунке 3.1.

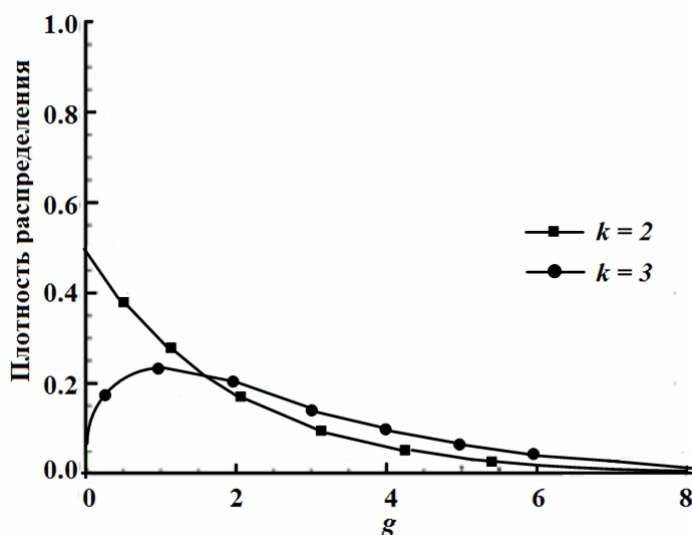


Рисунок 3.1 – Функция плотности распределения случайной величины G

Сравнительные исследования алгоритмов проводились для отношения сигнал/шум (ОСШ) изменяющегося в пределах от 2 до 10. ОСШ —

безразмерная величина, равная отношению мощности полезного сигнала к мощности шума. Применительно к изображениям ОСШ определялось как отношение диапазона изменения яркости в ТИ к $\sigma[s(x,y)]$.

$$ОСШ = \frac{\max[Im_{ТИ}(x,y)] - \min[Im_{ТИ}(x,y)]}{\sigma[s(x,y)]}. \quad (3.6)$$

Для гауссовского шума $\sigma[s(x,y)]$ совпадает с СКО нормального распределения.

Для шума, использующего распределение Пирсона, $G' = c \sum_{i=1}^k Z_i^2$,

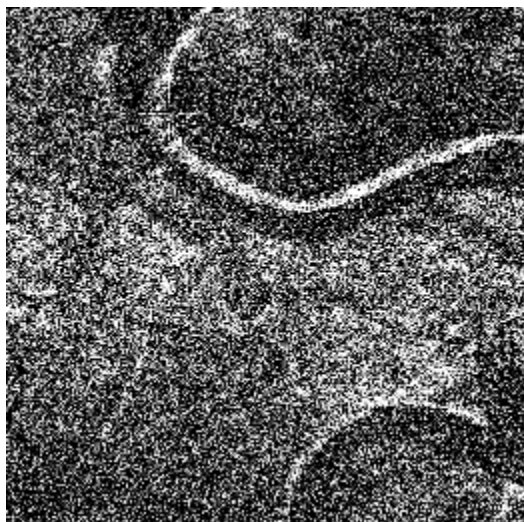
$\sigma[s(x,y)] = \frac{c}{\sqrt{2k}}$. Множитель c используется для обеспечения возможности изменения СКО и, соответственно, ОСШ в проводимых экспериментах.

3.1.1. Результаты исследований для аддитивного гауссовского шума

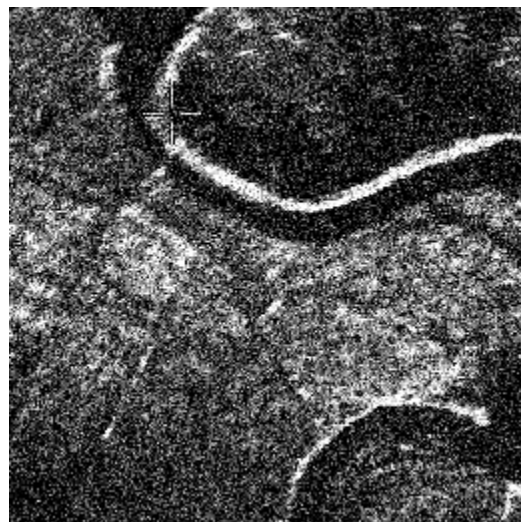
На рисунке 3.2 приведены примеры ТИ для ОСШ, равного соответственно 2, 4, 6 и 8. В качестве сенсора ТИ используется бортовая РЛС в режиме обзора подстилающей поверхности.

Для определения эффективного метода поиска ГЭ критериальной функции была определена КХА а виде $(N_{ЦФ}, P, ОСШ)$, т.е. исследовалась зависимость вероятность нахождения ГЭ ЦФ от количества вычислений ЦФ при различных ОСШ [53, 54].

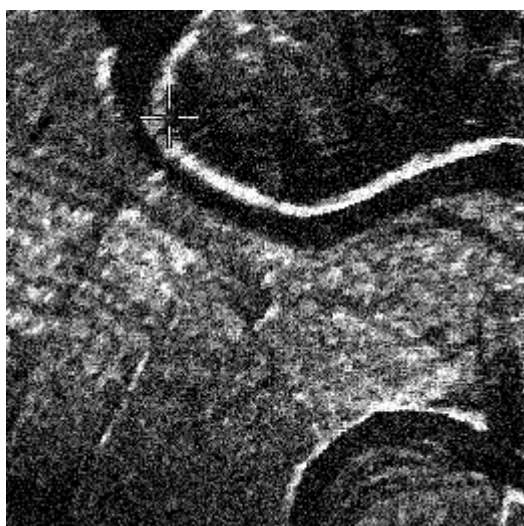
Эксперименты были разбиты на серии в зависимости от размера ЭИ. В качестве текущих изображений использовались bmp-файлы с различной степенью зашумленности. Для исследований были выбраны следующие методы: ММДМ с N вершинами (ММДМ-N), генетический алгоритм (ГА), мултистарт с локальным методом МДМ. В методах использовалась кластеризация области поиска с размером кластера равным 4. Результаты экспериментов в виде $(N_{ЦФ}, P, ОСШ)$ для исследуемых методов при размере ЭИ 50% от ТИ приведены на рисунках 3.3 – 3.7.



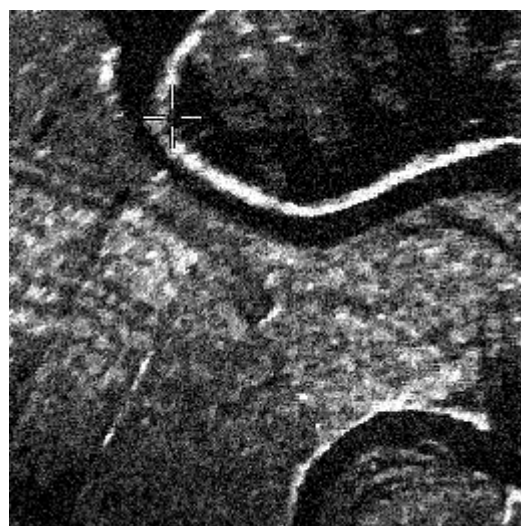
ОСШ = 2



ОСШ = 4



ОСШ = 6



ОСШ = 8

Рисунок 3.2 – Примеры РЛИ с различным уровнем зашумления
при аддитивном гауссовском шуме

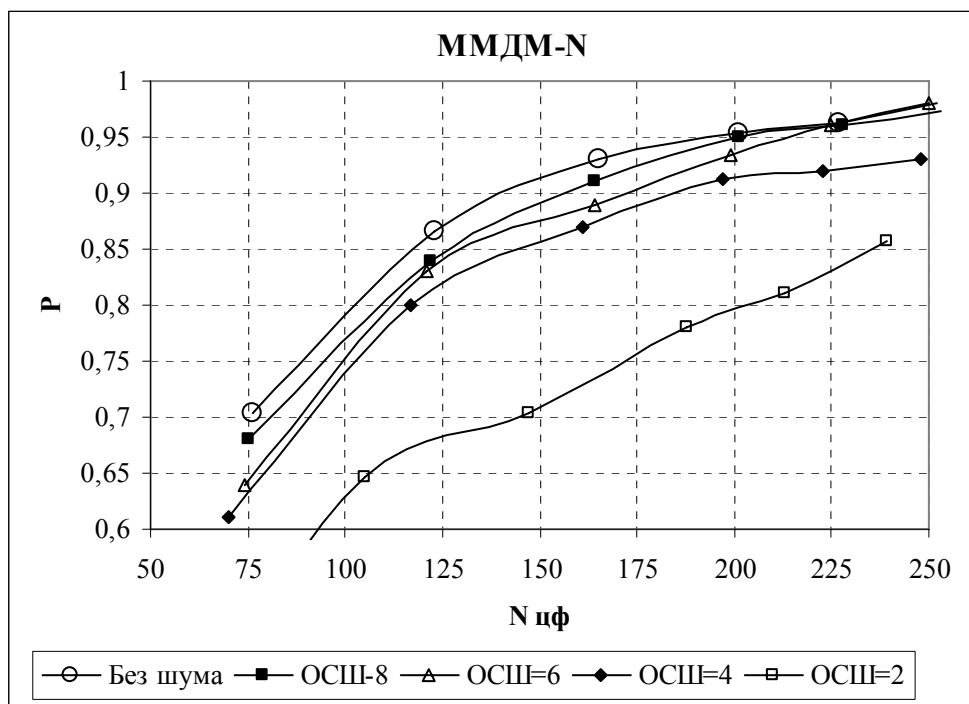


Рисунок 3.3 – КХА метода ММДМ-N
при различных ОСН для гауссовского аддитивного шума

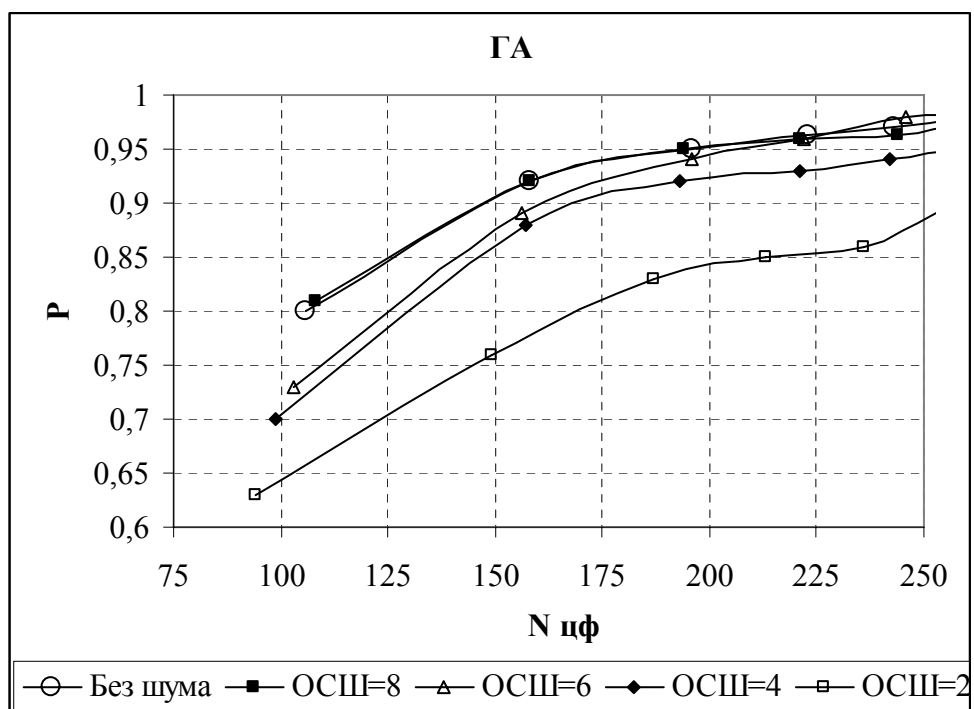


Рисунок 3.4 – КХА метода ГА
при различных ОСН для гауссовского аддитивного шума

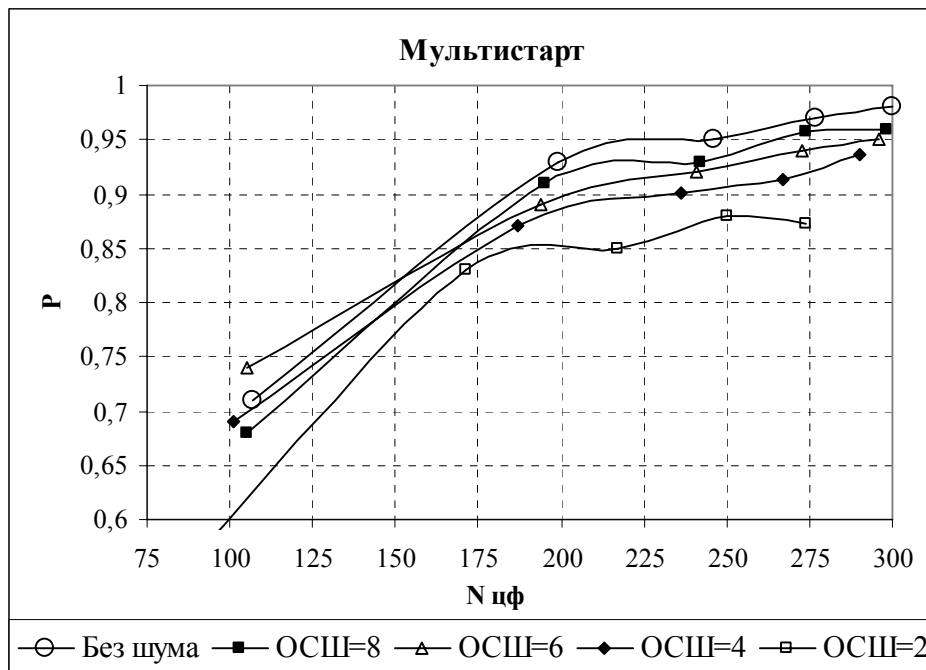


Рисунок 3.5 – КХА метода мультистарта
при различных ОСШ для гауссовского аддитивного шума

Из приведенных рисунков видно, что все исследуемые методы устойчивы к шумам невысокой амплитуды при $ОСШ > 4$. Сравнения КХА в виде $(N_{цф}, P)$ для всех методов без шума и с $ОСШ=6$ приведены на рисунках 3.6 и 3.7 соответственно.

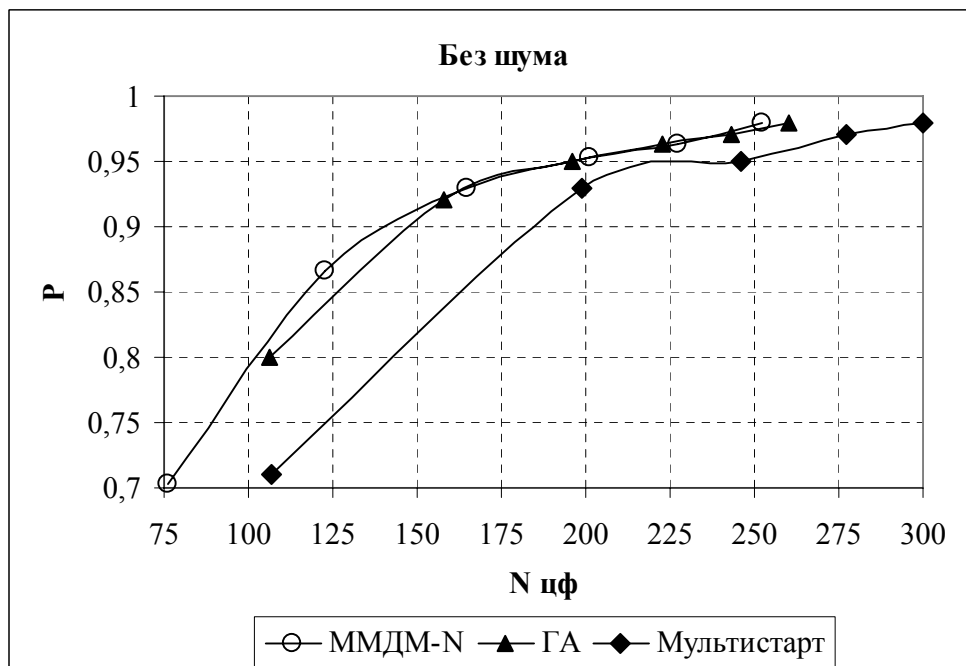


Рисунок 3.6 – КХА различных методов без шума

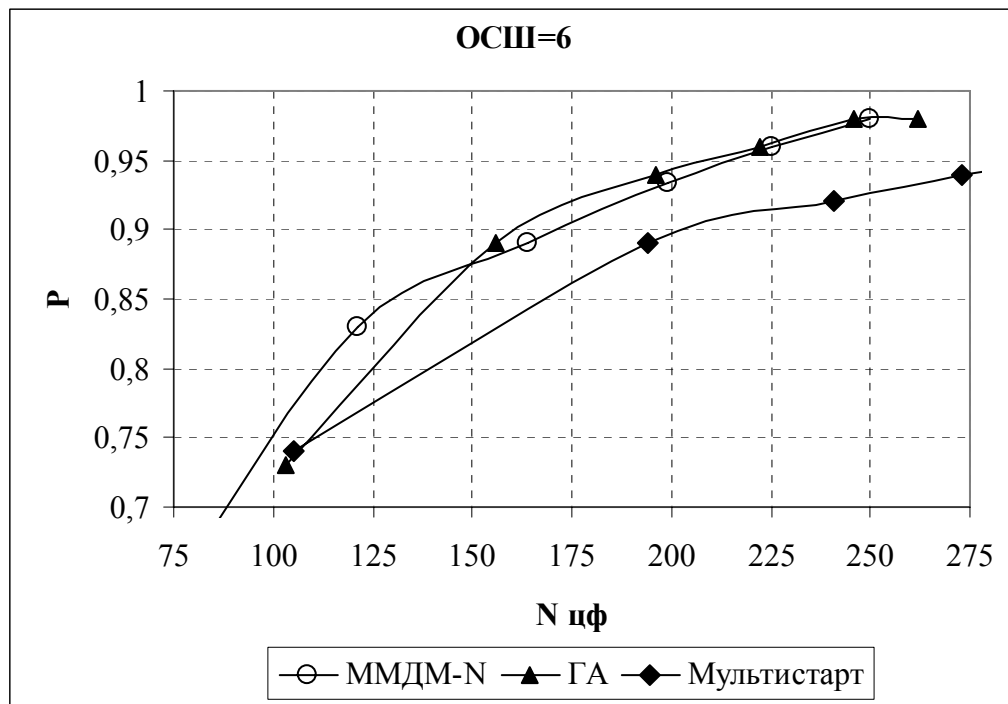


Рисунок 3.7 – КХА различных методов
при ОСШ =6 для для гауссовского аддитивного шума

Из приведенных зависимостей видно, что лучшие результаты показали два метода ММДМ-N и ГА. У обоих методов вероятность попадания в ГЭ достигает 0,98 при $ОСШ > 4$.

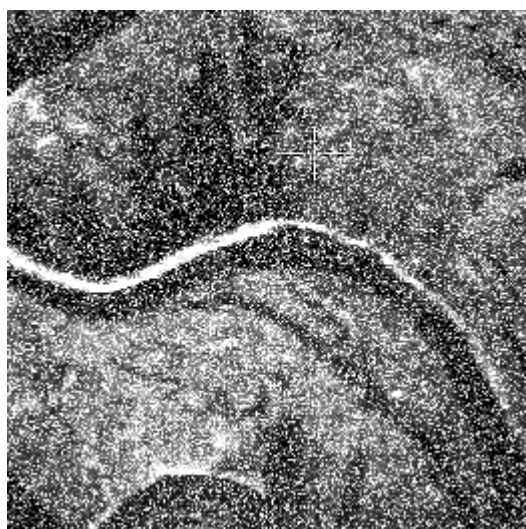
Исследования при других размерах ЭИ показали, что ОСШ практически не влияет на характеристики алгоритмов, когда ТИ и ЭИ соизмеримы по размеру.

3.1.2. Результаты исследований для спекл-шума

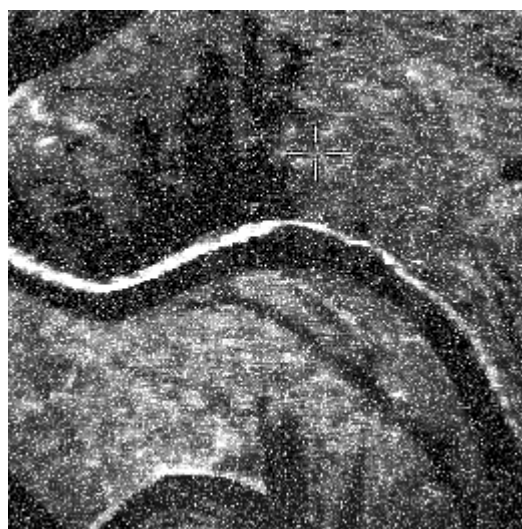
На рисунке 3.8 приведены примеры ТИ для ОСШ равного соответственно 2, 4, 6 и 8 при степени свободы $k = 3$.

Для определения эффективности методов поиска ГЭ критериальной функции исследовалась КХА при различных значениях ОСШ в координатах $(N_{цф}, P, ОСШ)$. Для исследований также были выбраны методы: ММДМ-N, ГА, мультистарт с локальным методом МДМ. В методах использовалась кластеризация области поиска с размером кластера равным 4. Результаты

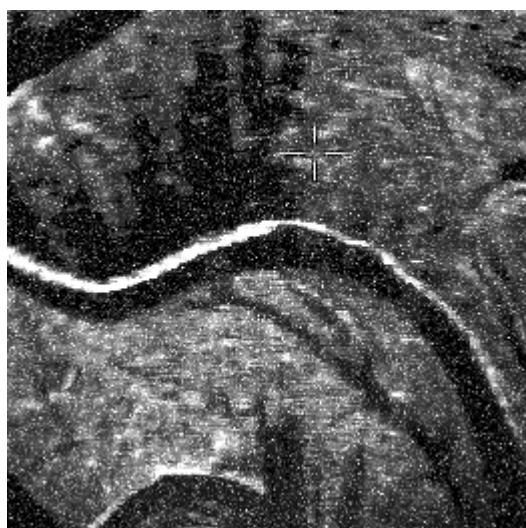
экспериментов в виде $(N_{ДФ}, P, ОСШ)$ для исследуемых методов при размере ЭИ 50% от ТИ приведены на рисунках 3.10 и 3.12.



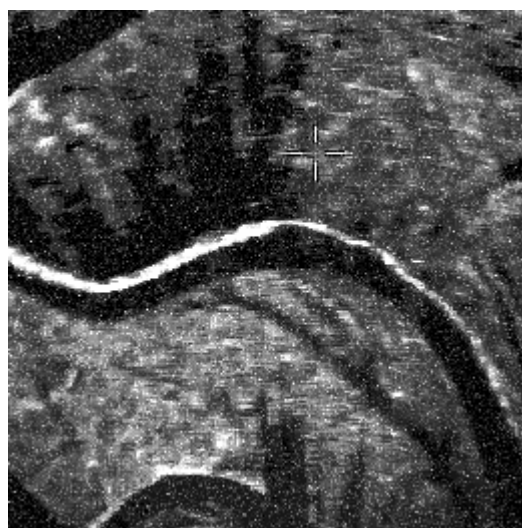
ОСШ = 2



ОСШ = 4



ОСШ = 6



ОСШ = 8

Рисунок 3.8 – Примеры ТИ при воздействии спекл-шума

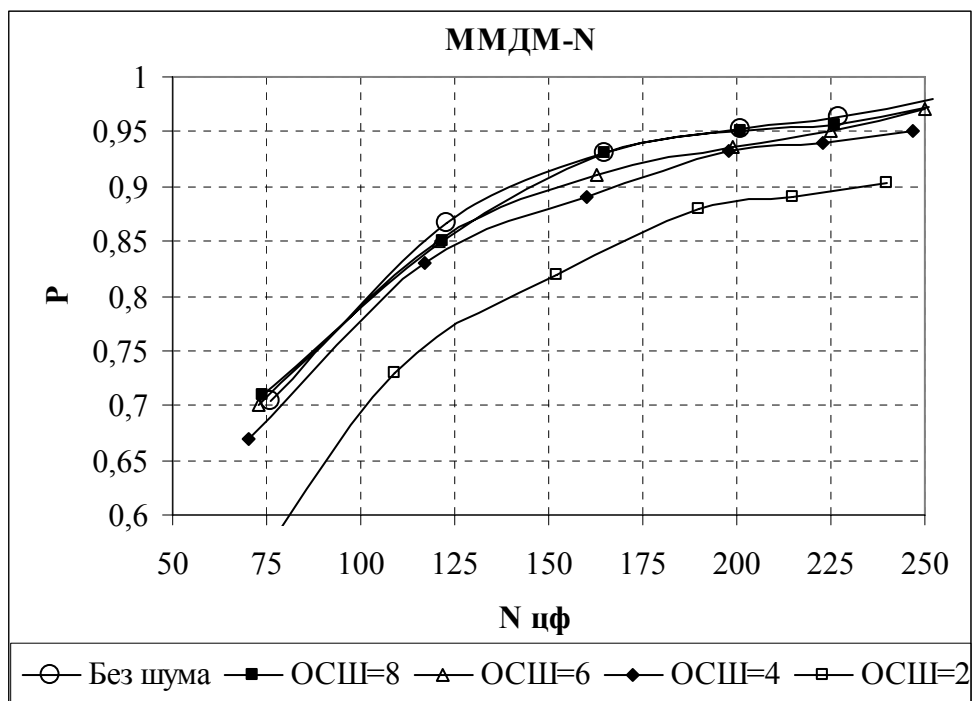


Рисунок 3.9 1 – КХА метода ММДМ-N
при различных ОСШ для спекл-шума

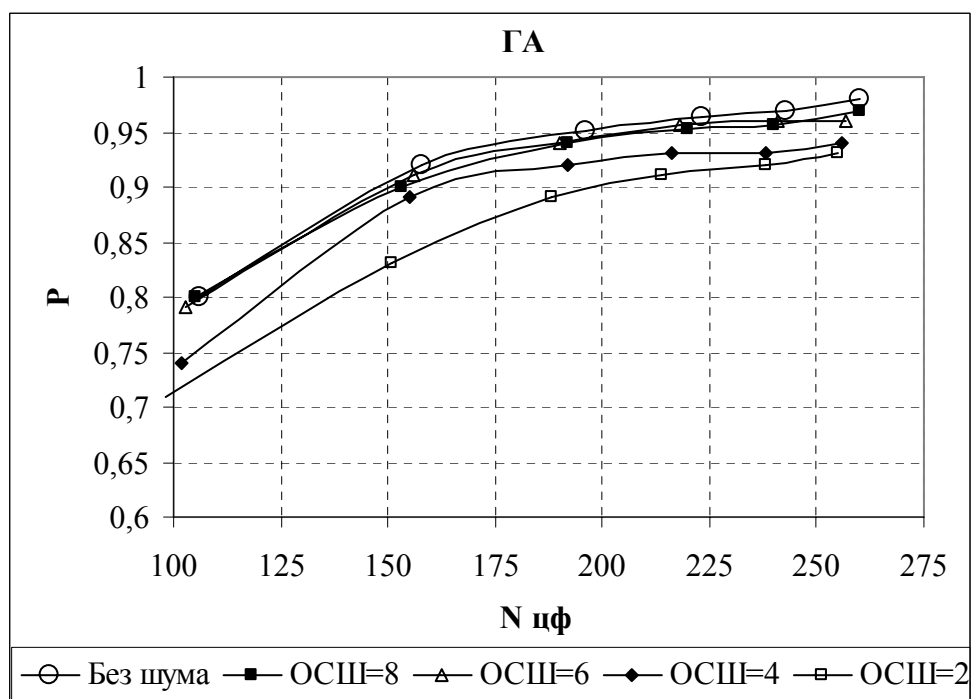


Рисунок 3.10 – КХА метода ГА
при различных ОСШ для спекл-шума

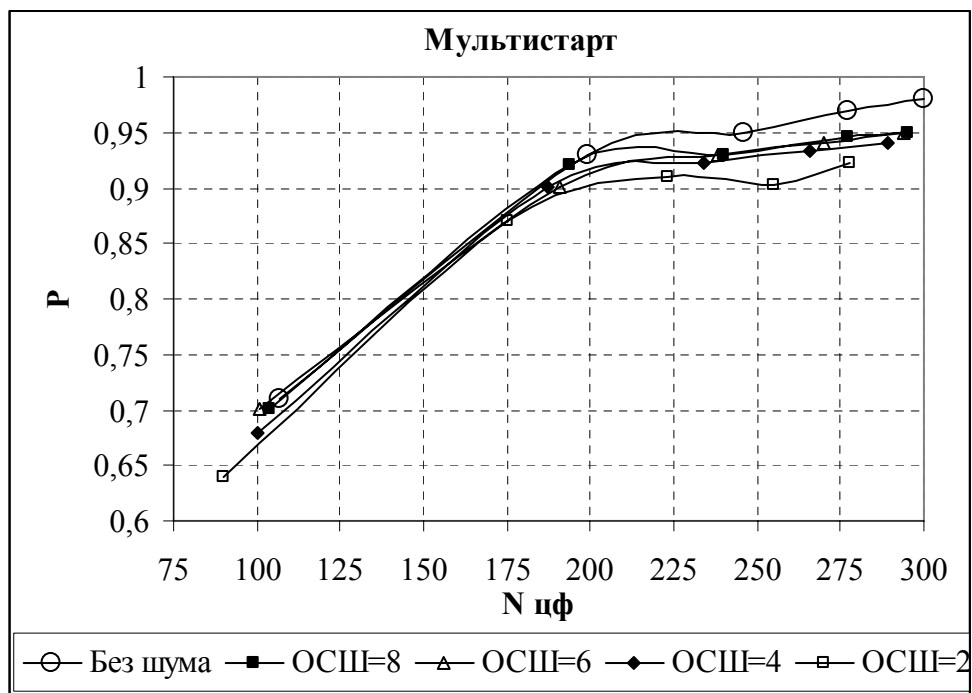


Рисунок 3.11 – КХА метода мультистарта
при различных ОСШ для спекл-шума

Из приведенных рисунков видно, что все исследуемые методы устойчивы к шумам невысокой амплитуды при $ОСШ > 4$. Сравнения КХА в виде $(N_{цф}, P)$ для всех методов $ОСШ=6$ приведены на рисунке 3.12.

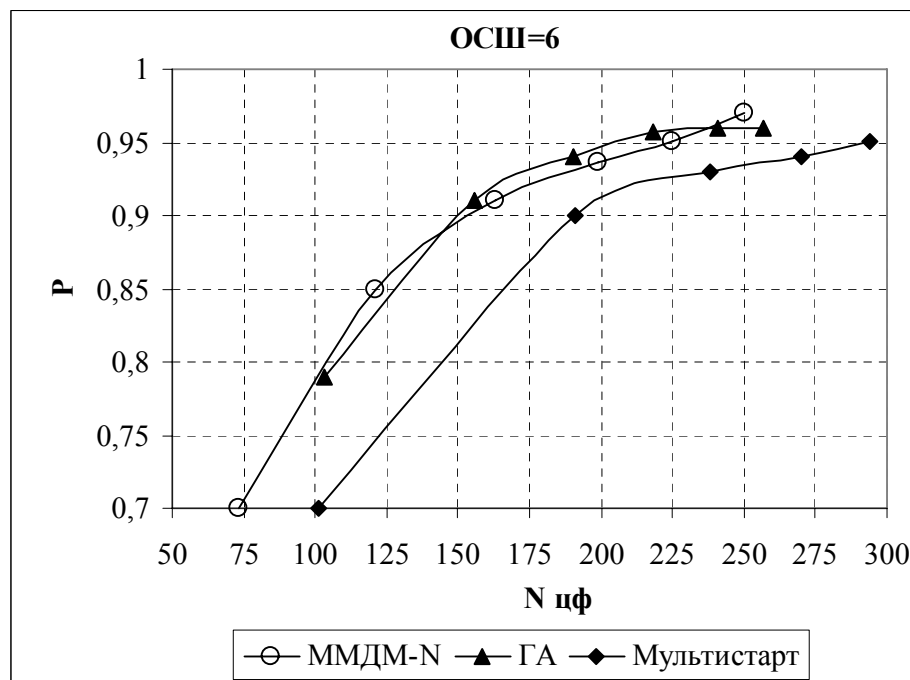


Рисунок 3.12 – КХА различных методов
при $ОСШ = 6$ для спекл-шума

Из приведенных рисунков видно, что лучшие результаты показали два метода ММДМ-N и ГА. Оба метода дают вероятность попадания в ГЭ 0,95 при $ОСШ > 4$.

Исследования при других размерах ЭИ показали, что ОСШ практически не влияет на характеристики алгоритмов, когда ТИ и ЭИ соизмеримы по размеру.

Сравнение КХА при $ОСШ=6$ для гауссовского аддитивного шума и спекл-шума (рисунки 3.7 и 3.12) показало, что разработанные и исследуемые алгоритмы более устойчивы к гауссовскому аддитивному шуму. Спекл-шум оказывает большее воздействие на яркостную составляющую текущего изображения.

3.2. Исследование устойчивости алгоритмов поиска глобального экстремума на воздействие геометрических искажений текущего изображения

Геометрические искажения возможны, например, при неточном знании положения объекта управления в пространстве. Виды искажений ТИ в этом случае от положения ЛА в пространстве [11] показаны на рисунке 3.13.

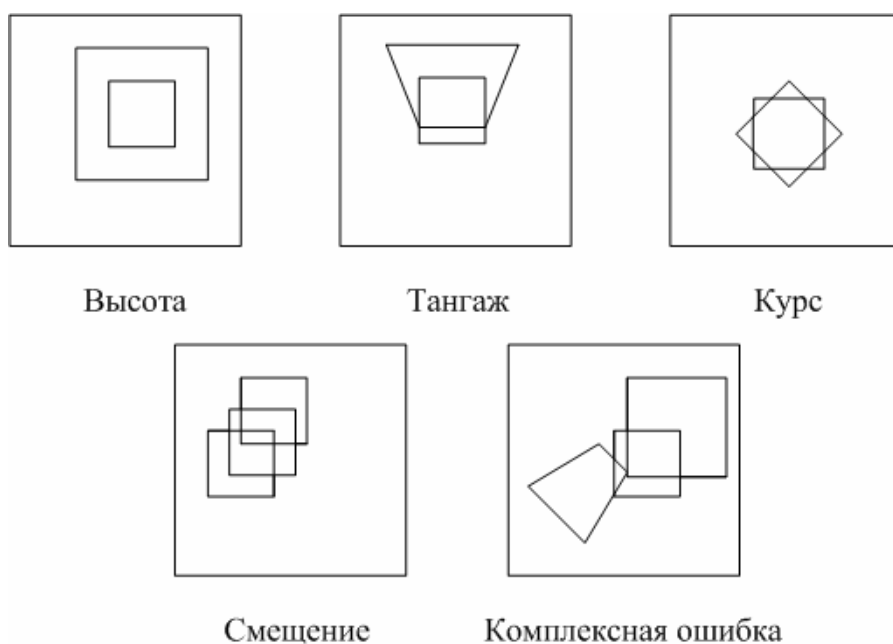


Рисунок 3.13 – Виды искажений ТИ

Геометрические искажения возникают также при получении изображений с помощью различных датчиков, если применение этих датчиков предполагает разные углы визирования цели.

Однако из-за не достаточной точности бортовых приборов, по показаниям которых будет производиться геометрическая коррекция ТИ, останутся геометрические искажения по углу и масштабу.

Корреляционные алгоритмы работы КЭНС предназначены для обработки изображений, которые уже имеют определенный относительный сдвиг. Поэтому исследования на двумерный сдвиг (трансляцию) не рассматриваются.

3.2.1. Исследование устойчивости алгоритмов поиска глобального экстремума на двухмерный поворот текущего изображения

Для поворота объекта задается ось вращения и угол поворота [55, 56, 57]. Затем все точки объекта переводятся в новые положения путем поворота точек на заданный угол вокруг оси вращения.

Двухмерный поворот объекта — это перемещение объекта по круговой траектории на плоскости xOy . В этом случае объект поворачивается относительно оси вращения, перпендикулярной плоскости xOy (параллельной координатной оси z). Параметрами двухмерного поворота являются угол поворота θ и точка (x_r, y_r) , называемая центром поворота (или центром вращения), вокруг которой поворачивается объект. Центр поворота является точкой пересечения оси вращения с плоскостью xOy . Положительный угол θ определяет направление против часовой стрелки вокруг центра поворота, а при отрицательном угле объект поворачивается по часовой стрелке. Связь углов и координат исходного и конечного положений точки показана на рисунке 3.14.

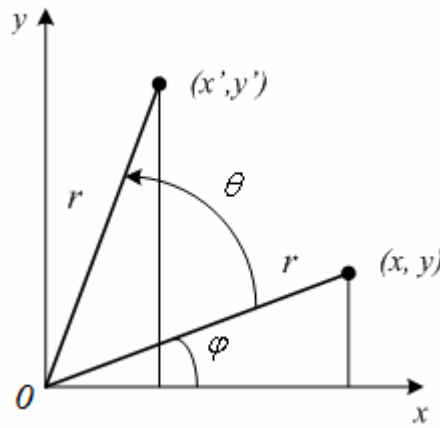


Рисунок 3.14 – Поворот на угол θ относительно начала координат

На этом рисунке r — постоянное расстояние точки от начала координат, угол φ — исходное угловое положение точки относительно горизонтальной линии, θ — угол поворота. Используя стандартные тригонометрические тождества, преобразованные координаты можно выразить через углы θ к φ :

$$\begin{aligned} x' &= r \cdot \cos(\varphi + \theta) = r \cdot \cos \varphi \cos \theta - r \cdot \sin \varphi \sin \theta; \\ y' &= r \cdot \sin(\varphi + \theta) = r \cdot \cos \varphi \sin \theta + r \cdot \sin \varphi \cos \theta. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Полярные координаты точки равны:

$$x = r \cdot \cos \theta, \quad y = r \cdot \sin \theta. \quad (3.8)$$

Подставляя выражения (3.8) в (3.7), получаем уравнения преобразования для поворота точки с координатами (x, y) на угол θ вокруг начала координат:

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \theta - y \sin \theta; \\ y' &= x \sin \theta + y \cos \theta. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Обобщив формулы можно получить формулы преобразования, описывающие поворот точки вокруг любой заданной оси вращения (x_r, y_r) :

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \theta - y \sin \theta; \\ y' &= x \sin \theta + y \cos \theta. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Используя представление через векторы-столбцы, уравнения поворота можно записать в матричной форме:

$$P' = P \cdot R, \quad (3.11)$$

где матрица поворота имеет такой вид:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}.$$

Используя тригонометрические тождества уравнения (3.10) можно получить формулы преобразования, описывающие поворот точки вокруг любой заданной оси вращения (x_r, y_r) :

$$\begin{aligned} x' &= x_r + (x - x_r) \cos \theta - (y - y_r) \sin \theta; \\ y' &= y_r + (x - x_r) \sin \theta + (y - y_r) \cos \theta. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Исследования проводились для углов поворота от 0 до 4 град.

На рисунке 3.15 приведен пример ЭИ без искажений и ТИ повернутого на 3 град. На ТИ показано идеальное совмещение ТИ и ЭИ. Оценка пространственных координат ЛА определяется по сохраненным в ББД координатам центра ЭИ и полученным при совмещении центром подобласти ТИ.

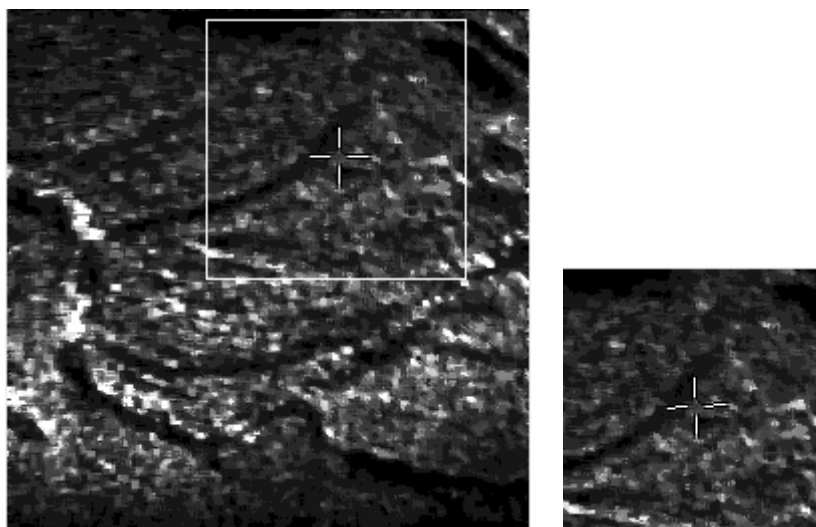


Рисунок 3.15 – Пример ЭИ и ТИ, повернутого на 3 град.

На рисунке 3.16 приведены результаты исследований зависимости вероятности попадания в ГЭ от угла поворота ТИ. Исследовались следующие

методы поиска ГЭ: ММДМ с N вершинами ($N>3$) (ММДМ-N); генетический алгоритм (ГА); мультистарт с локальным методом МДМ; МДМ с N вершинами ($N>3$) (МДМ-N).

Все представленные методы при угле поворота φ до 2 град. дают вероятность попадания в ГЭ более 0,95. Лучший результат получен методом ММДМ-N, при угле поворота φ до 2 град., $P=0,98$, а при угле поворота $\varphi=2,5$ град., $P=0,95$.

В результате исследований получены значения КХА в координатах $(N_{цф}, P, \varphi)$.

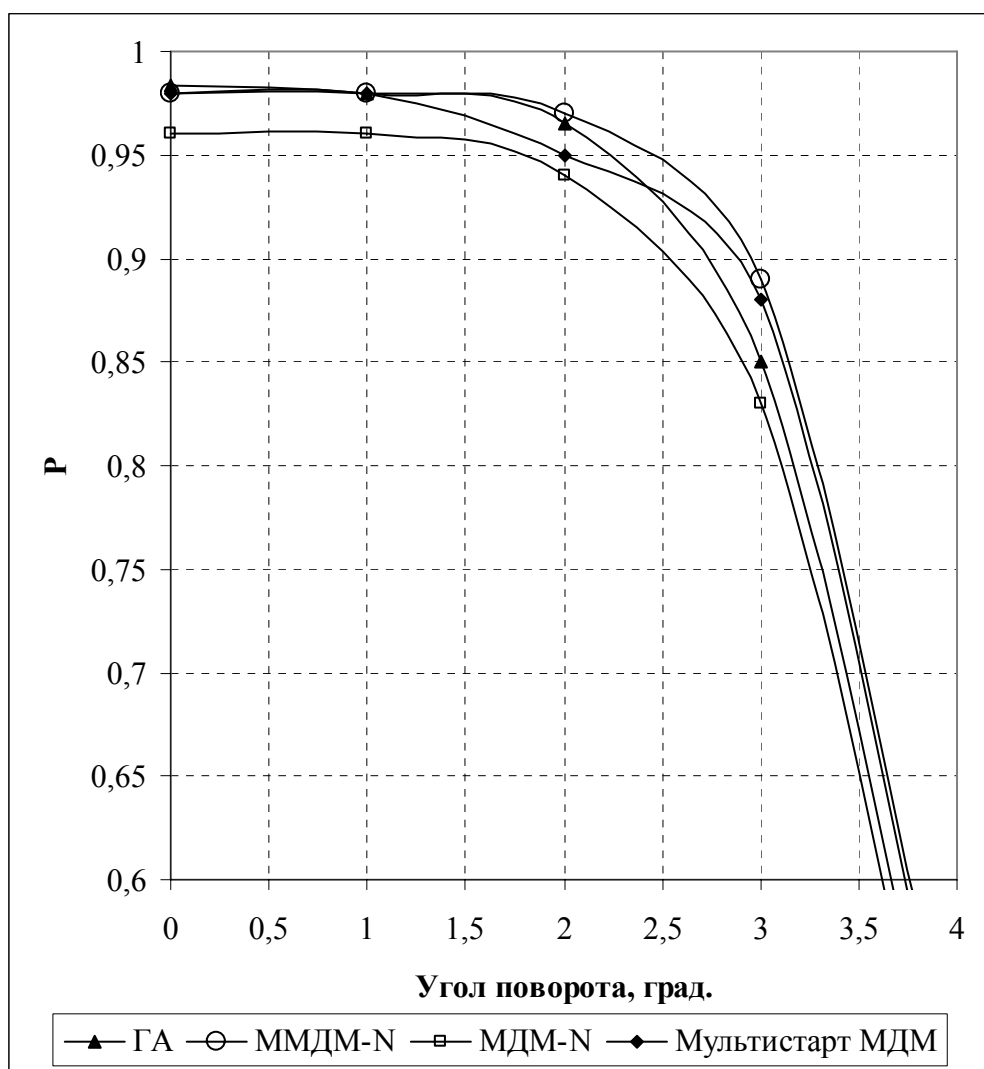


Рисунок 3.16 – Вероятность попадания в ГЭ от угла поворота

3.2.2. Исследование устойчивости алгоритмов поиска глобального экстремума на двумерное масштабирование текущего изображения

Чтобы изменить размер объекта, применяется преобразование масштабирования [58, 59]. Простая операция двумерного масштабирования заключается в умножении точек объекта (x, y) на масштабные коэффициенты s_x и s_y , в результате чего получаются преобразованные координаты (x', y') :

$$x' = x \cdot s_x, \quad y' = y \cdot s_y. \quad (3.13)$$

Масштабный коэффициент s_x отвечает за изменение размеров объекта по оси x , а коэффициент s_y – по оси y .

Стандартные уравнения двумерного масштабирования (3.13) также можно записать в следующей матричной форме:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad (3.14)$$

или

$$P' = S \cdot P, \quad (3.15)$$

где S — матрица масштабирования 2 на 2, представленная в уравнении (3.16).

Масштабными коэффициентами s_x и s_y могут быть любые положительные значения. Значения, которые меньше 1, сокращают размер объектов; значения, превышающие 1, дают увеличение. Если оба коэффициента s_x и s_y положить равными 1, размер объекта не изменится. При масштабных коэффициентах, которые по модулю меньше 1, объекты приближаются к началу координат, а при масштабных коэффициентах, по модулю превышающих 1, объекты удаляются от начала координат.

Положение масштабированного объекта можно контролировать, задавая неподвижную точку, которая не меняется при преобразовании. Координаты

неподвижной точки (x_f, y_f) часто выбираются так, чтобы она принадлежала объекту, зачастую в качестве неподвижной точки выбирается центр масс тела, но точно так же можно выбрать любую точку пространства. В таком случае изменение размеров объекта происходит за счет изменения расстояний между точками объекта и неподвижной точкой. Затем с помощью указанных ниже преобразований для точки с координатами (x, y) вычисляются масштабированные координаты (x', y') :

$$x' - x_f = (x - x_f)s_x, \quad y' - y_f = (y - y_f)s_y. \quad (3.16)$$

Уравнения (3.16) можно переписать, чтобы разделить мультипликативные и аддитивные члены:

$$\begin{aligned} x' &= x \cdot s_x + x_f(1 - s_x), \\ y' &= y \cdot s_y + y_f(1 - s_y), \end{aligned} \quad (3.17)$$

где аддитивные члены $x_f(1 - s_x)$ и $y_f(1 - s_y)$ являются константами для всех точек объекта.

Координаты неподвижной точки включаются в уравнения масштабирования подобно тому, как в уравнения поворота включаются координаты центра вращения. Вначале можно сформировать вектор-столбец, элементами которого являются постоянные члены в уравнениях (3.17), затем прибавить этот вектор-столбец к произведению $S * P$ в уравнении (3.15). В следующем разделе обсуждается матричная формулировка уравнений преобразования, включающая только умножение матриц.

Любое из трех базовых двумерных преобразований (трансляция, поворот и масштабирование) можно выразить в общей матричной форме:

$$P' = M_1 \cdot P + M_2, \quad (3.18)$$

где координаты точек P и P' представлены векторами-столбцами. Матрица M_1 имеет размер 2 на 2 и содержит множители, а M_2 — это двухэлементная матрица-столбец, содержащая трансляционные члены. В случае трансляции M_1

– единичная матрица. При повороте или масштабировании M_2 содержит трансляционные члены, связанные с осью вращения или неподвижной точкой преобразования масштабирования.

Исследования проводились для коэффициентов масштабирования $Scale = s_x = s_y$ от 0,925 до 1,075.

На рисунке 3.17 приведен пример ЭИ без искажений и ТИ уменьшенного с коэффициентом масштабирования $Scale = 0,925$. На ТИ показано идеальное совмещение ТИ и ЭИ. Оценка вычисляется по сохраненным в ББД координатам центра ЭИ и полученным при совмещении центром подобласти ТИ.

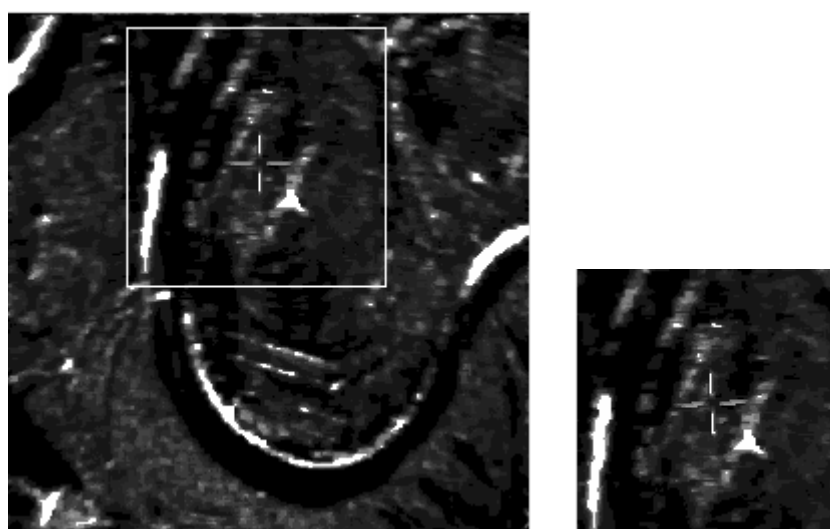


Рисунок 3.17 – Пример ЭИ и уменьшенного ТИ при $Scale = 0,925$

На рисунке 3.18 приведены результаты исследований зависимости вероятности попадания в ГЭ от коэффициента масштабирования $Scale$ ТИ.

Все представленные методы при $Scale = 0,95...1,05$ дают вероятность попадания в ГЭ более 0,95. Лучший результат получен для алгоритма ММДМ-N.

В результате исследований получена КХА разработанных алгоритмов в координатах $(N_{ЦФ}, P, Scale)$.

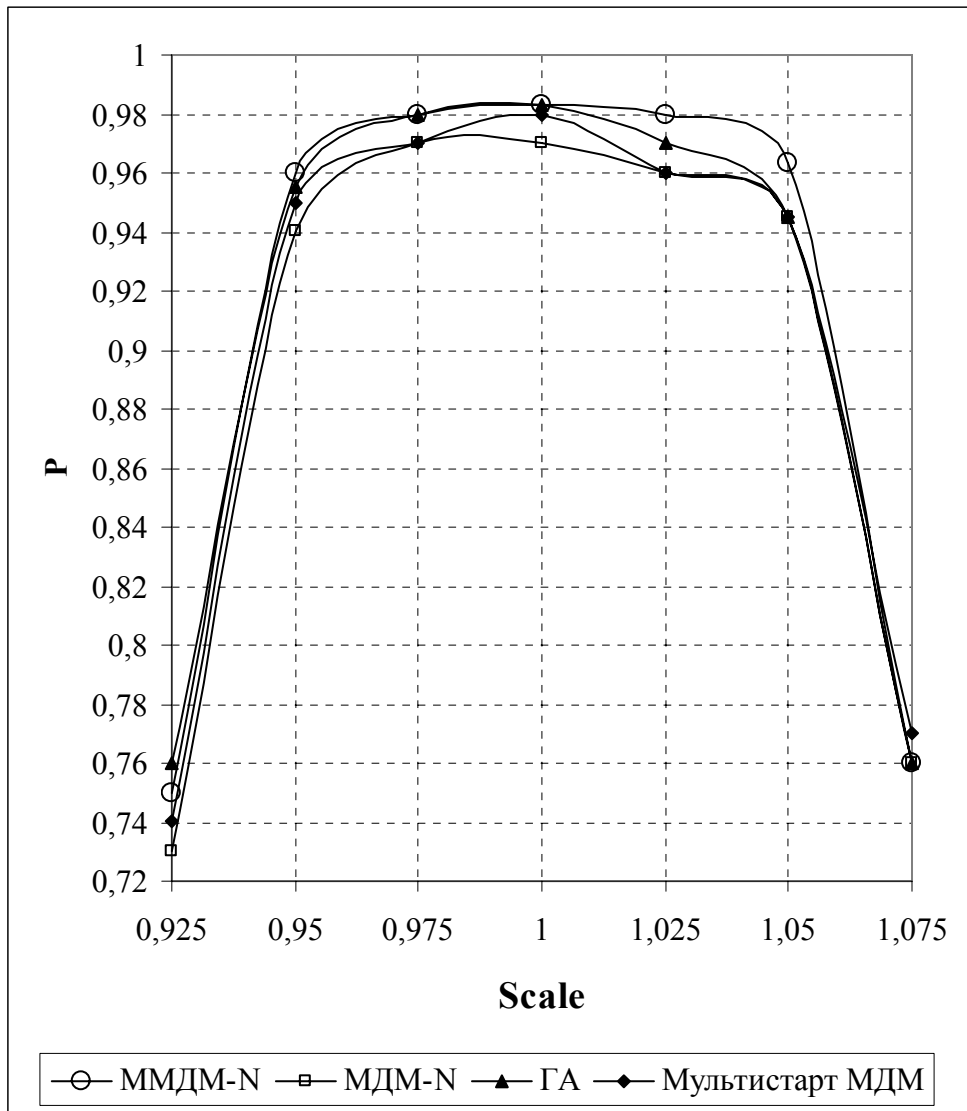


Рисунок 3.18 – Вероятность попадания в ГА от коэффициента масштабирования

3.2.3. Исследование устойчивости алгоритмов поиска глобального экстремума на комплексные искажения текущего изображения

Двухмерное преобразование, представляющее любую комбинацию трансляций, поворотов и операций масштабирования, можно выразить в следующей форме [55]:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rs_{xx} & rs_{xy} & trs_x \\ rs_{yx} & rs_{yy} & trs_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

Четыре элемента rs_{jk} являются мультипликативными членами преобразования, отвечающими за повороты и масштабирование в преобразовании, и представляют собой комбинации углов поворота и масштабных коэффициентов. Элементы trs_x и trs_y являются трансляционными членами и представляют собой комбинации расстояний трансляции, координат осей вращения и неподвижных точек, углов поворота и параметров масштабирования. Например, если объект нужно масштабировать, повернуть вокруг центра масс, имеющего координаты (x_c, y_c) , а затем транслировать, матрица сложного преобразования будет иметь такие компоненты:

$$(t_x, t_y) \cdot R(x_c, y_c, \theta) \cdot S(x_c, y_c, s_x, s_y) = \begin{bmatrix} s_x \cos \theta & -s_y \sin \theta & x_c(1 - s_x \cos \theta) + y_c s_y \sin \theta + t_x \\ s_x \sin \theta & s_y \cos \theta & y_c(1 - s_y \cos \theta) - x_c s_x \sin \theta + t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Хотя матричное уравнение (3.19) требует девяти умножений и шести сложений, явные формулы расчета преобразованных координат имеют такой вид:

$$\begin{aligned} x' &= x \cdot rs_{xx} + y \cdot rs_{xy} + t \cdot rs_x, \\ y' &= x \cdot rs_{yx} + y \cdot rs_{yy} + t \cdot rs_y \end{aligned} \quad (3.21)$$

Таким образом, в действительности преобразование координат требует только четырех умножений и четырех сложений.

Исследования проводились для различных вариантов углов поворота и значений коэффициента масштабирования. Операция сдвига не использовалась, так как она выполняется при перемещении ЭИ по ТИ.

На рисунке 3.19 приведен пример ЭИ без искажений и ТИ увеличенного с коэффициентом масштабирования $Scale = 0,8$ и повернутого на угол -10 град. На ТИ показано идеальное совмещение ТИ и ЭИ. Оценка вычисляется по сохраненным в ББД координатам центра ЭИ и полученным при совмещении центром подобласти ТИ.

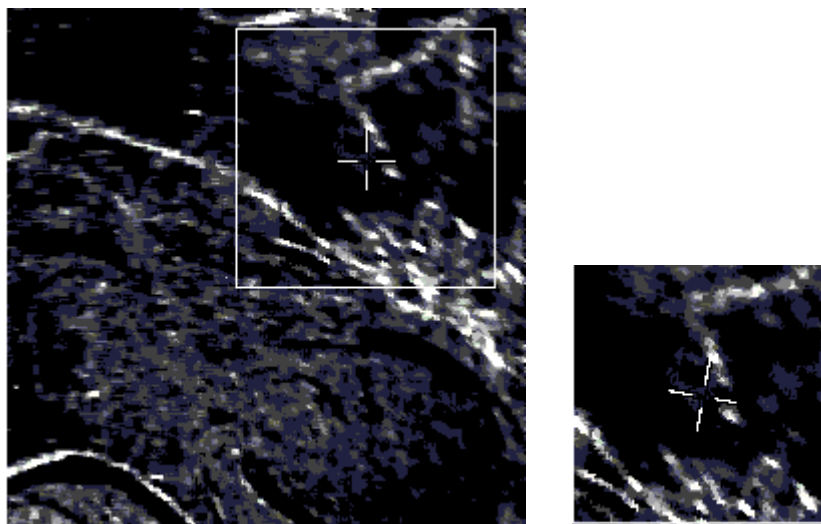


Рисунок 3.19 – Пример ЭИ и уменьшенного при $Scale = 0,8$
и повернутого на -10 град. ТИ

Так как здесь рассматривается два вида искажений: двухмерный поворот и масштабирование, то для оценки влияния искажения на вероятность попадания в ГЭ введем нормированную интегральную оценку искажения IE :

$$IE = \sqrt{\frac{E_{\varphi}^2 + E_{Scale}^2}{2}}, \quad (3.22)$$

где E_{φ} – нормированная оценка искажения по углу поворота φ ; E_{Scale} – нормированная оценка искажения по коэффициенту масштабирования $Scale$, которые определяются следующим образом:

$$E_{\varphi} = \frac{|\varphi|}{|\varphi_{max}|}, \quad E_{Scale} = \frac{|1 - Scale|}{|1 - Scale_{max}|},$$

где φ_{max} – максимальный угол поворота при заданной вероятности попадания в ГЭ; $Scale_{max}$ – максимальный коэффициент масштабирования при заданной вероятности попадания в ГЭ.

Так как график зависимости вероятности попадания в ГЭ от коэффициента масштабирования несимметричен относительно единицы, то берем худший случай – уменьшения масштаба, т.к. со значительным уменьшением масштаба изображение исчезнет. Таким образом, угол поворота φ будет изменяться от 0 до 3 град., а коэффициент масштабирования $Scale$ от 1 до 0,925.

На основе полученных зависимостей P от φ и $Scale$ (рисунки 3.16 и 3.18), при заданной вероятности попадания в ГЭ $P=0,75$, определяем, что $\varphi_{\max} \approx 3,5 \text{ град.}$ и $Scale_{\max} = 0,925$.

На рисунке 3.20 приведены результаты исследований зависимости вероятности попадания в ГЭ от степени искажения. Исследовались следующие методы поиска ГЭ:

- ММДМ с N вершинами ($N>3$) (ММДМ- N);
- генетический алгоритм (ГА);
- мултистарт с локальным методом МДМ.

Все представленные методы при IE от 0 до 0,5 дают вероятность попадания в ГЭ более 0,95. В абсолютных величинах этой оценке соответствуют (при равном вкладе искажений по углу поворота и коэффициенту масштабирования) следующие искажения: $\varphi \approx 1,75 \text{ град.}$ и $Scale = 0,962$. Причем ММДМ- N дает немного лучший результат, чем другие два метода, именно на этом промежутке.

При интегральной оценке искажения $IE = 0,46$ вероятность попадания 0,98 обеспечивает ММДМ- N . В абсолютных значениях этой оценке соответствуют $\varphi \approx 1,6 \text{ град.}$ и $Scale = 0,965$. При вероятности попадания в ГЭ 0,98 у методов ГА и метода мултистарта интегральная оценка искажения $IE = 0,22$ и в абсолютных величинах этому соответствует $\varphi \approx 0,77 \text{ град.}$ и $Scale = 0,984$.

Данные исследования позволили получить КХА анализируемых методов в координатах $(N_{ЦФ}, P, \varphi, Scale)$.

Данные пороговые значения искажений для алгоритмов ММДМ- N и ГА позволяют уменьшить объем ББД для хранения ЭИ. Уменьшение объема может быть оценено как

$$E = \frac{\varphi_{ММДМ-N}}{\varphi_{ГА}} \cdot \frac{(1 - Scale_{ММДМ-N})}{(1 - Scale_{ГА})}, \quad (3.23)$$

где $\varphi_{ММДМ-N}$, $\varphi_{ГА}$ и $Scale_{ММДМ-N}$, $Scale_{ГА}$ – пороговые значения оценок искажения в абсолютных величинах для методов ММДМ- N и ГА.

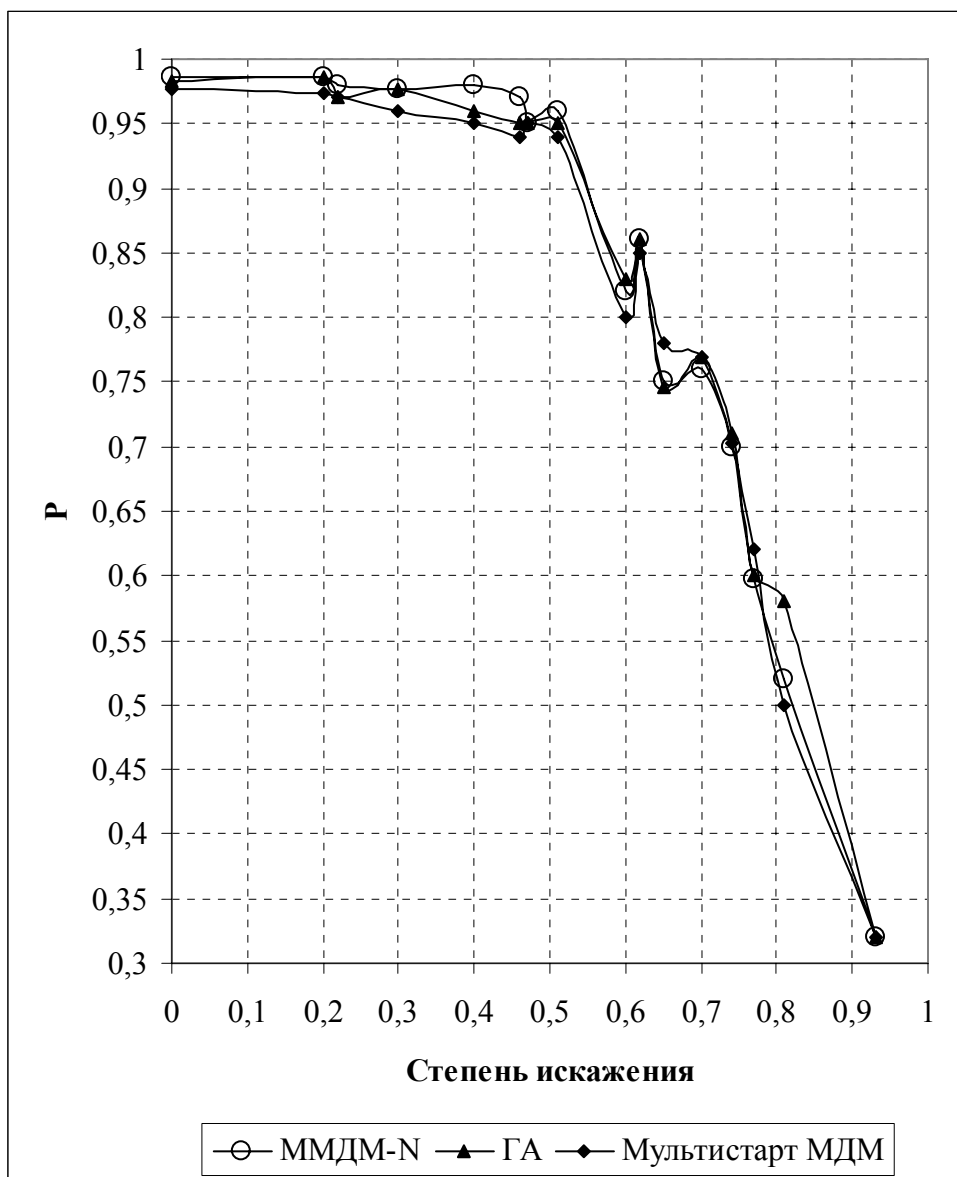


Рисунок 3.20 – Вероятность попадания в ГЭ от степени искажения ТИ

Подставив абсолютные пороговые значения оценок искажений в (3.23) при вероятности попадания в ГЭ 0,98, получим уменьшение объема БД для хранения ЭИ более чем в 4 раза при использовании разработанного модифицированного алгоритма ММДМ-N.

Таким образом, наиболее эффективным алгоритмом поиска ГЭ с точки зрения устойчивости к искажениям и, как следствие, уменьшения объема БД является алгоритм ММДМ-N.

3.2.4. Исследование возможности использования инвариантных моментов для корреляционной привязки РЛИ

Широко известны различные способы преобразования растровых изображений (преобразования Радона, быстрое преобразование Фурье, преобразования на основе вычисления инвариантных моменты) [60, 61, 62, 63, 64], которые обладают определенной степенью инвариантности к тем или иным видам геометрических искажений. Предварительные исследования, проведенные при непосредственном участии автора в рамках научно-исследовательских работ, выполненных по заказу ФГУП ГРПЗ [60, 65], показали, что применительно к решению задач совмещения РЛИ в реальном времени данные подходы оказались малоэффективными. Поэтому в данной диссертационной работе, из всех перечисленных преобразований, проведены результаты исследований только инвариантных моментов, как обладающих наименьшей вычислительной сложностью.

Инвариантные моменты используются во многих задачах распознавания образов. Инвариантные моменты подразделяются на ассиметричные и истинные [66]. Ассиметричные моменты, в отличие от истинных, чувствительны к отражению изображения. Далее инвариантные моменты подразделяются на регулярные (масштабно-инвариантные центральные моменты), ортогональные (моменты Цернике [67, 68, 69], Лежандра) и алгебраические.

Инварианты, описывающие изображение или признаки не меняются, если объект претерпевает следующие преобразования или их комбинацию:

- масштабирование;
- перемещение;
- поворот;
- зеркальное отражение.

Инвариантные моменты очень полезны для характеристических описаний двумерных изображений.

Среди разнообразных алгоритмов выделения признаков изображения хорошие результаты позволяет получить метод моментных инвариантов Ху [70, 71, 72, 73], основанный на выделении статистических закономерностей, описывающих изображение. Математической основой выделения инвариантных признаков является теория алгебраических инвариантов. Эта теория исследует класс алгебраических функций, не изменяющихся при определенных преобразованиях координат.

Сущность метода заключается в следующем. Двумерными моментами $(p + q)$ -го порядка совместной плотности вероятности $p(x, y)$ являются выражения вида:

$$m_{pq} = \int_D x^p y^q p(x, y) dx dy, \quad p, q = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.24)$$

где D – область изображения, для которой вычисляются моменты.

Для описания изображения совместная вероятность $p(x, y)$ в выражении (3.24) заменяется на функцию яркости изображения $f(x, y)$. Теорема единственности гласит [74], что если $f(x, y)$ – кусочно-непрерывная функция, имеющая ненулевые значения только на ограниченной части плоскости $X - Y$, то моменты всех порядков существуют и последовательность моментов m_{pq} однозначно определяется функцией $f(x, y)$ и, наоборот, m_{pq} однозначно определяет $f(x, y)$.

Переход к центральным моментам обеспечивает инвариантность двумерных моментов к сдвигу:

$$\mu_{pq} = \iint_D (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y) dx dy, \quad p, q = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.25)$$

где $\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}}, \bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}$ координаты центра области D . Инвариантность в этом случае обеспечивается независимостью степенных произведений под знаком интеграла от сдвига.

При обработке дискретных изображений можно записать:

$$\mu_{pq} = \sum_{x=1}^K \sum_{y=1}^L (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y). \quad (3.26)$$

Переход к нормализованным центральным моментам обеспечивает инвариантность относительно масштабирования:

$$\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{\mu_{00}^{\frac{p+q}{2}+1}}. \quad (3.27)$$

Из моментов второго и третьего порядков может быть получена система моментов X_y , инвариантных относительно поворота:

$$\begin{aligned} S_1 &= \eta_{20} + \eta_{02}, \\ S_2 &= (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4\eta_{11}^2, \\ S_3 &= (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2, \\ S_4 &= (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{03} + \eta_{21})^2, \\ S_5 &= (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{03} + \eta_{21})^2] + \\ &\quad + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{03} + \eta_{21})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{03} + \eta_{21})^2], \\ S_6 &= (\eta_{20} - \eta_{02})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{03} + \eta_{21})^2] + 4\eta_{11}(\eta_{30} + \eta_{12})(\eta_{03} + \eta_{21}), \\ S_7 &= (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{03} + \eta_{21})^2] + \\ &\quad + (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{03} + \eta_{21})^2]. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Значения функций $S_1 - S_7$ инвариантны к вращению, изменению изображения на зеркальное, а также к комбинации этих операций.

Таким образом, на основе изложенного выше метода можно выделить вектор инвариантных признаков $P_{ЭИ}$ эталонного РЛИ и вектор $P_{ТИ}$ соответствующей области текущего РЛИ, которые состоят из значений инвариантных моментов $S_1 - S_7$.

В качестве меры сходства ЭИ $f_{ЭИ}(n, m)$, описываемого вектором признаков $P_{ЭИ}$ и соответствующей области ТИ, $f_{ТИ}(x, y)$, описываемой вектором признаков $P_{ТИ}$ может быть использована корреляционная функция вида:

$$K(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^7 S_i \cdot \overline{S_i}(x, y)}{\left[\sum_{i=1}^7 S_i^2 \sum_{i=1}^7 \overline{S_i^2}(x, y) \right]^{1/2}}, \quad (3.29)$$

где S_i – i -й момент вектора признаков $P_{ЭИ}$; $\overline{S_i}(x, y)$ – i -й момент соответствующей подобласти ТИ, описываемой вектором признаков $P_{ТИ}$ в положении (x, y) .

Исследования показали, что инвариантные моменты H_u можно использовать только в том случае, если изображение представляет собой совокупность объекта и не сложного, однородного фона. Очень хорошие результаты они дают например при распознавании номерных знаков автомобиля [75], самолета на фоне неба, корабля на фоне моря и т.д.

Пример изображений, на которых инвариантные моменты H_u дают хорошие результаты, представлены на следующих рисунках. На рисунке 3.21 приведены эталонные изображения, а на рисунке 3.22 – искаженные текущие изображения: а – сдвиг относительно центра масс (0, 0); б – масштабирование с коэффициентом масштабирования 0,5 (центра масс – середина изображения); в – поворот на 30 град.; г – комплексное искажение (угол 45 град, коэффициент масштабирования 0,5, сдвиг (15, 15), центр масс (60, 60)). Причем на искаженных изображения сохраняется объект и однородный фон.

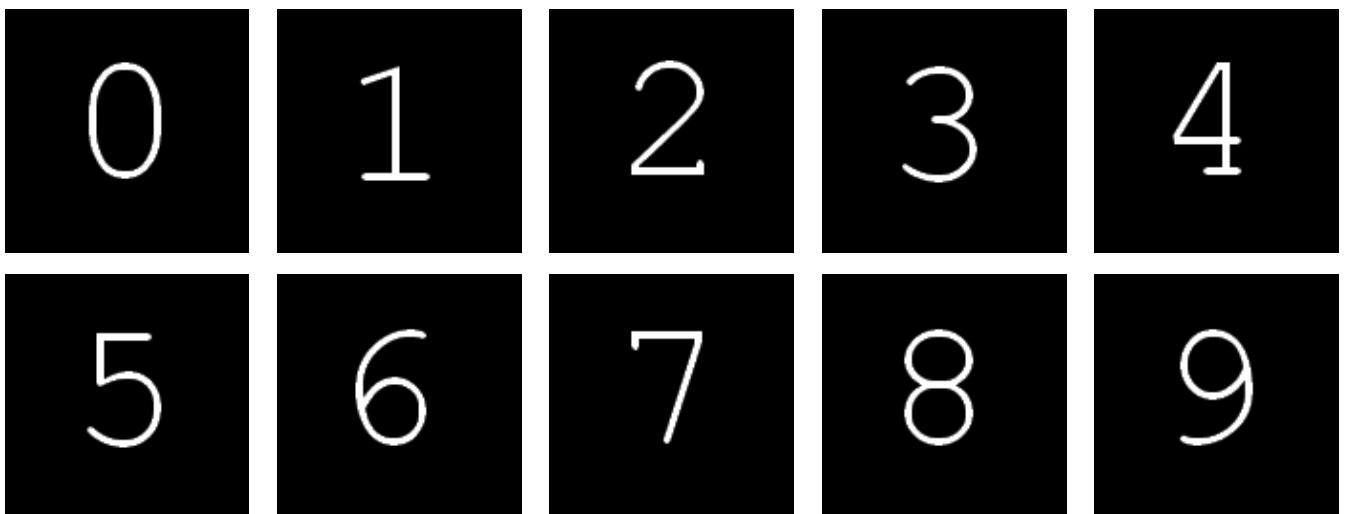


Рисунок 3.21 – Набор эталонных изображений

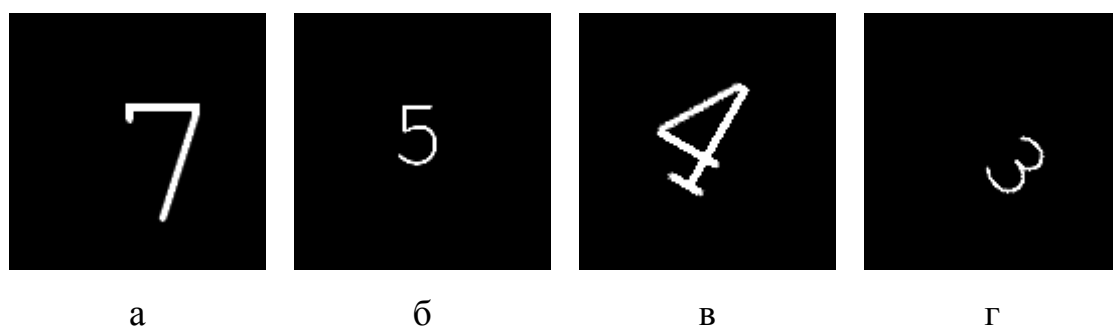


Рисунок 3.22 – Примеры текущих изображений

Применение X_u моментов для решения задачи распознавания ограниченного набора символов на однородном фоне обеспечивает высокую эффективность. Проведенные исследования показали, что максимальная корреляция с вероятностью 0,99 достигается при совмещении текущего изображения символа с соответствующим эталонным изображением символа.

На РЛИ нет явно выраженного однородного фона, поэтому инвариантные моменты X_u не дают хороших результатов при совмещении изображений. Только при повороте на 90, 180 и 270 град. (рисунок 3.23) вероятность попадания в ГЭ достигает 0,99. При других искажениях, даже при повороте на 1 град., вероятность попадания в ГЭ составляет всего 0,8.

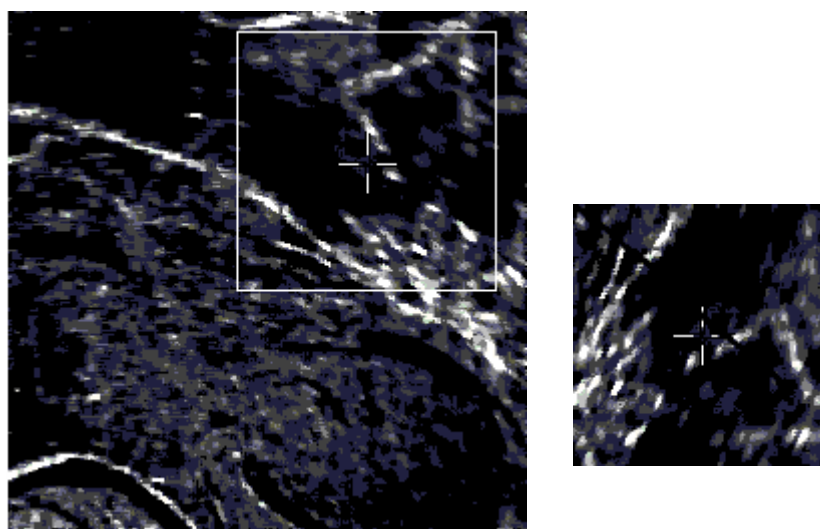


Рисунок 3.23 – Пример ЭИ и повернутого на 90 градусов ТИ

Основные результаты

1. Определено минимальное значение отношения сигнал/шум для гауссовского шума и спекл-шума, при котором показатели качественной характеристики алгоритмов остаются в допустимых пределах.

2. Определены допустимые пороги искажений по углу поворота и масштабу при использовании растрового представления ТИ и ЭИ, при которых выполняются требования по трудоемкости и вероятности правильного совмещения изображений для исследуемых методов поиска глобального экстремума.

3. Проведена оценка возможности использования инвариантных моментов H_u для повышения степени устойчивости исследуемых алгоритмов поиска ГЭ к геометрическим искажениям. Показана неэффективность их применения в данной предметной области.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРОГРАММНОГО СТЕНДА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ АЛГОРИТМОВ СОВМЕЩЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

3.3. Определение требований к программному стенду

Среди требований, предъявляемых к программному обеспечению, выделяют функциональные и дополнительные (нефункциональные) требования.

К первому виду относятся требования к функциям, выполнение которых должна обеспечить программа в процессе ее использования с точки зрения пользователя. Как правило, функциональные требования при реализации так или иначе отражаются в элементах управления программы (командах меню) и определяют поведение программы и ее функции.

К нефункциональным требованиям относят все остальное – требования к интерфейсу, физической структуре, производительности, среде выполнения, ограничения реализации, расширяемости и др.

Программный стенд для исследования методов и алгоритмов совмещения изображений предназначен для проверки работоспособности алгоритмов и экспериментальной оценки их потенциальных характеристик на реальных изображениях.

Программный стенд реализует следующие основные функции:

1) выбор и загрузка изображений из файла. Изображение может представлять собой растровое изображение в формате битовой карты (BMP) с 256 градациями яркости серого цвета или цветное;

2) отображение на экране загруженных изображений, которые должны использоваться в качестве ТИ и ЭИ. Если изображение цветное, оно должно быть преобразовано в изображение с 256 градациями серого цвета;

3) выбор вида критериальной функции;

- 4) вычисление параметров критериальной функции;
- 5) выбор метода поиска глобального экстремума критериальной функции с заданием исходных параметров алгоритма поиска;
- 6) выполнение совмещения ТИ и ЭИ с оценкой координат;
- 7) отображение истинных координат исходного ЭИ и полученной оценки на ТИ, определение погрешности определения ГЭ и трудоемкости метода, выраженного в количестве вызовов ЦФ;
- 8) обеспечение пошагового режима работы алгоритма поиска ГЭ с отображением промежуточных результатов в виде таблиц, графиков и рисунков;
- 9) поиск ГЭ критериальной функции в режиме «Автомат» с заданием количества экспериментов и параметра метода;
- 10) представление результатов экспериментальных исследований в виде таблиц и графиков.
- 11) отображение критериальной функции в виде трехмерного графика;
- 12) отображение критериальной функции в виде трехмерного графика с видом сверху, где каждое значение критериальной функции отображается определенным цветом;
- 13) ввод параметров и выполнение геометрических преобразований изображений:
 - двумерной трансляции (сдвига);
 - двумерного поворота;
 - двумерного масштабирования;
- 14) ввод параметров и наложение шума на изображение;
- 15) сохранение в файле ТИ, ЭИ и графиков критериальной функции в виде растрового изображения в формате BMP.

Дополнительно приложение должно отвечает следующим требованиям:

- 1) иметь удобный графический пользовательский интерфейс, позволяющий управлять работой программы в интерактивном режиме;

2) структура программы должна обеспечивать возможность расширения функциональных возможностей в части добавления видов критериальных функций и методов поиска глобального экстремума.

Поскольку программный стенд представляет собой инструментальное средство, а не программу для конечного пользователя с раз и навсегда заданной функциональностью, очень важно обеспечить возможность дальнейшего развития программы. Поэтому очевидным решением является проектирование программы с использованием объектно-ориентированного подхода и средств визуального программирования. Данный подход обеспечивает большую ясность структуры, обеспечивая значительную гибкость для доработки без риска нарушения работоспособности других компонентов программы [76].

В качестве инструментальных средств разработки комплекса был использован язык C++ [77]. Разработка выполнялась с использованием современной среды визуального программирования Borland C++ Builder 6.0 [78], позволяющей быстро и удобно решать поставленные задачи.

Программный стенд рассчитан на использование операционных систем MS Windows 2000/XP/Vista/Windows 7 на компьютерах с процессором не менее Pentium IV с оперативной памятью не менее 256 Мбайт.

Разработанное программное обеспечение внедрено в Научно-конструкторском центре видеокомпьютерных технологий (НКЦ ВКТ) ФГУП «Государственный рязанский приборный завод», в учебный процесс кафедры электронных вычислительных машин Рязанского государственного радиотехнического университета и используются студентами-магистрантами направления 230100 «Информатика и вычислительная техника» в курсе «Методы и алгоритмы обработки и анализа изображений».

Программный стенд «Алгоритмы поиска глобального экстремума в системах совмещения изображений» зарегистрирован в Объединенном фонде электронных ресурсов «Наука и образование» (ОФЭРНиО) [79].

3.4. Структура программного стенда

Укрупненная структура программного стенда представлена на рисунке 3.24.

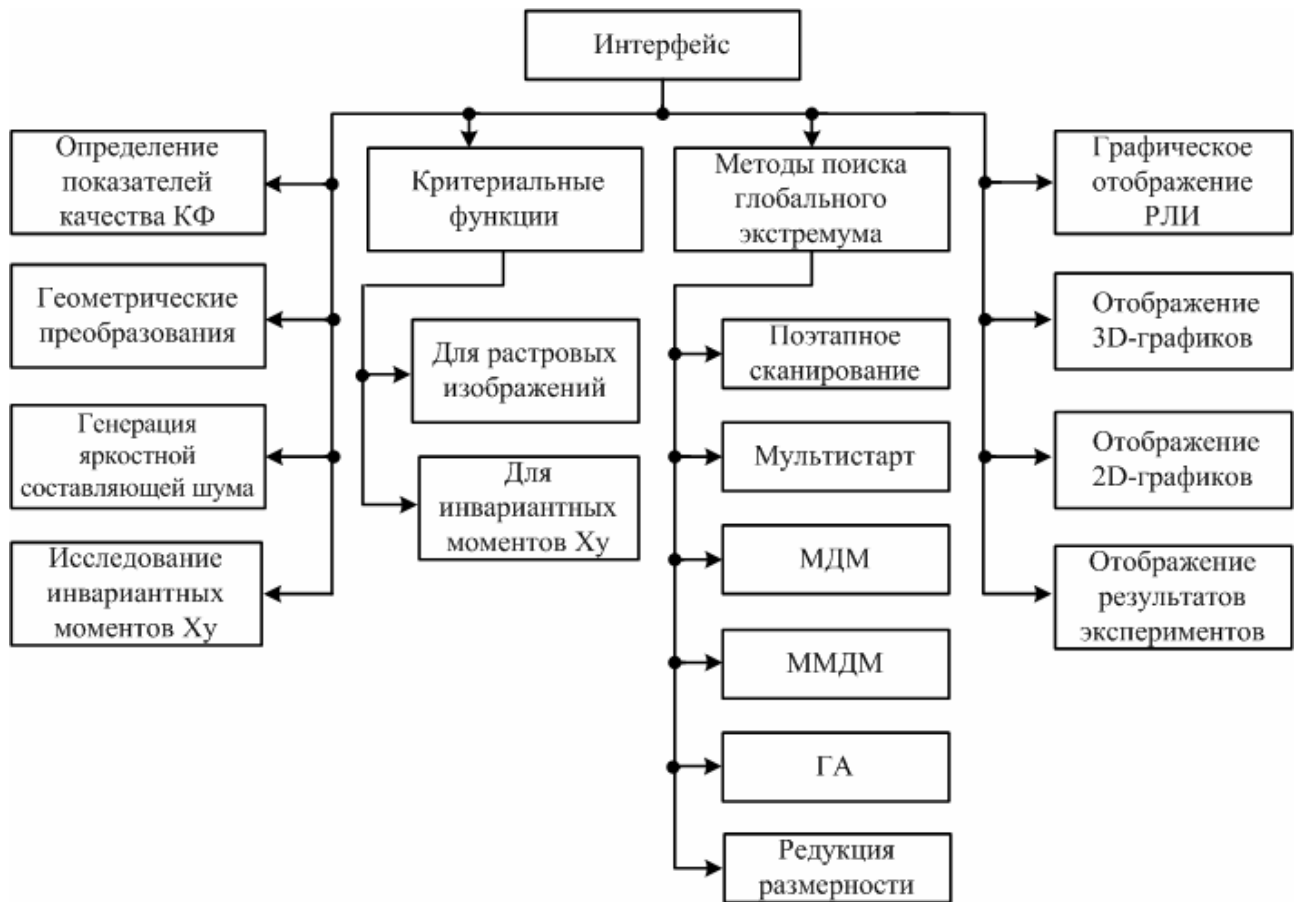


Рисунок 3.24 – Структура программного стенда

Программный стенд состоит из интерфейсного модуля, который взаимодействует с модулями выбора критериальных функций, выбора метода поиска экстремума критериальной функции, графического отображения, геометрических преобразований, отображения трехмерных графиков и результатов экспериментов.

В составе программы выделены следующие модули:

- FMainStend – головной модуль программы, содержащий класс главной экранной формы. В данном модуле реализуются графическое отображение РЛИ, результаты обработки и пользовательский интерфейс;
- CCriterion – модуль, в котором реализуются критериальные функции для растровых изображений и инвариантных моментов;

- CGeometric – модуль реализации класса геометрических преобразований;
- CNoise – модуль реализации класса генерации яркостной составляющей шума для получения ТИ с различным соотношением сигнал/шум при наличии гауссовского шума и спекл-шума;
- CAxis – модуль, содержащий вспомогательный класс для отображения осей при геометрических преобразованиях;
- CSearch – модуль, содержащий классы, отвечающие за реализацию поиска экстремума критериальной функции методом сканирования, методом редукции размерности задачи с использованием развертки типа Пеано-Гильберта и методом мултистарт;
- CMethodDM – модуль, содержащий класс, отвечающие за реализацию поиска экстремума критериальной функции с МДМ и ММДМ;
- CGA – модуль, содержащий класс, отвечающие за реализацию поиска экстремума критериальной функции с помощью генетического алгоритма;
- CDisplay – модуль реализации вспомогательного класса для отображения истинного положения ЭИ и результата совмещения, а также отображение на ТИ многогранника, используемого в МДМ и ММДМ в качестве исходных данных для оптимизации и пошагового исполнения;
- CQsurface – модуль реализации функций отображения графиков критериальной функции;
- FQualityFunc – модуль реализации функций для вычисления показателей качества критериальной функции;
- FResearchHu – модуль, содержащий функции для исследования инвариантных моментов X_y .

Имеется еще ряд модулей для отображения результатов экспериментов в режиме «Автомат» при различных методах поиска ГЭ.

Перечисленные модули компилируются в исполняемый модуль Stend.

3.4.1. Интерфейс пользователя

После запуска приложения на рабочем столе будет отображено главная форма программы (рисунок 3.25)

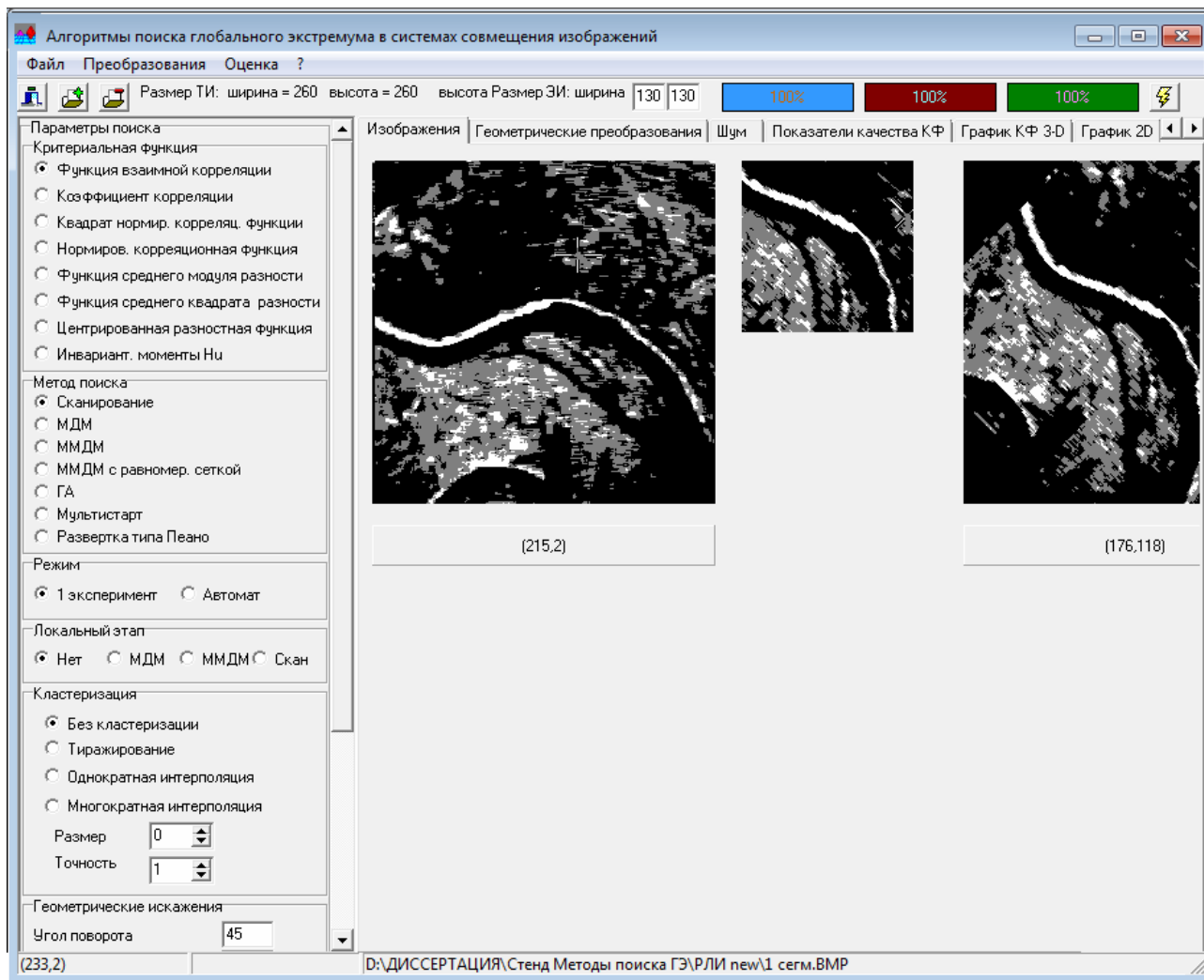


Рисунок 3.25 – Главная форма программного стенда

Главная форма программы содержит следующие элементы:

- 1) главное меню программы – в верхней части окна;
- 2) панели инструментов – под главным меню;
- 3) панель ввода параметров, используемых для выполнения совмещения (привязки) РЛИ, параметров поиска экстремума и параметров геометрических преобразований изображения – в левой части окна;

4) панель графических изображений – в правой части окна. Эта панель имеет семь страницы:

1. Изображения – ТИ и ЭИ;
 2. Геометрические преобразования. На этой странице переставлено исходное изображение и изображение после геометрических преобразований;
 3. Шум. На этой странице представлено исходное изображение и изображение после наложения шума;
 4. Показатели качества критериальной функции;
 5. изображение трехмерного графика критериальной функции – 3D;
 6. изображение трехмерного графика критериальной функции с шкалой градации в цвете – 2D;
 7. Исследование инвариантных моментов H_u . На этой странице приведено ТИ и набор ЭИ, а также результаты корреляции ТИ с каждым ЭИ.
- 5) строки состояния – в нижней части окна. Здесь указывается путь к ТИ, а также результаты оценки.

3.4.2. Модуль определения показателей качества критериальных функций

Данный модуль предназначен для определения показателей качества разностных ((1.7), (1.8), (1.9)) и корреляционных ((1.2) – (1.5)) функций. Показатели качества критериальных функций и их вычисление приведены в п. 1.2.2.

3.4.3. Модуль «Критериальные функции»

Для растровых изображений разработан модуль, в котором приведены функции для вычисления критериальных функций представленных в п.п.1.2.1. Все функции модуля имеют следующую схему функционирования (рисунок 3.26) и отличаются только видом КФ.

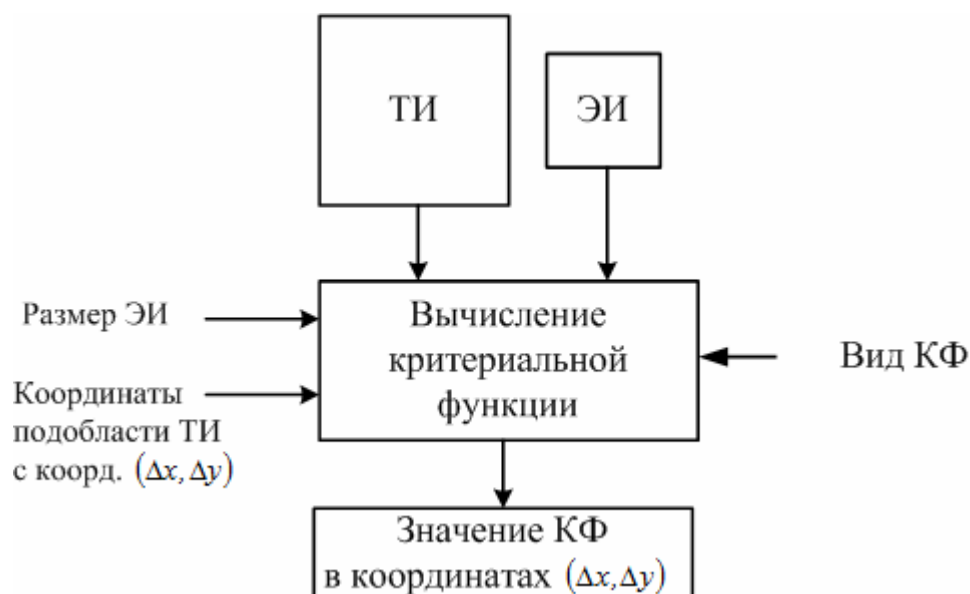


Рисунок 3.26 – Схема функционирования модуля вычисления критериальных функций

При вычислении критериальной функции при использовании инвариантных моментов X_u используется схема функционирования представленная на рисунке 3.27. Вычисление критериальной функции производится согласно формуле (3.29). В качестве исходных данных выступают вектора инвариантных признаков X_u ЭИ и подобласти ТИ. Схема формирования самих признаков инвариантных моментов X_u представлена на рисунке 3.28.

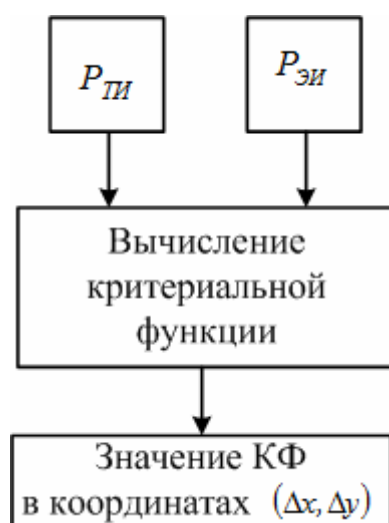


Рисунок 3.27 – Схема функционирования модуля вычисления критериальных функций для инвариантных моментов X_u



Рисунок 3.28 – Схема вычисления инвариантных моментов

3.4.4. Модуль «Методы поиска глобального экстремума»

Выбор соответствующего метода поиска критериальной функции осуществляется с помощью радиокнопки на панели «Метод поиска».

В работе исследуются шесть методов поиска ГЭ. Можно проводить как единичные эксперименты, так и заданное количество экспериментов для получения статистической информации. Для этого предусмотрены два режима: «1 эксперимент» и «Автомат». Кроме этого задается погрешность определения координат ГЭ, а для получения КХА методов задается диапазон изменения параметров метода γ_i (п.п. 1.4). Все методы поиска ГЭ имеют одинаковую схему функционирования, которая представлена на рисунке 3.29. Вначале на глобальном этапе производится совмещение ТИ и ЭИ, применяя определенный метод поиска ГЭ, параметры метода поиска, вид критериальной функции и, если необходимо, указывается стратегия кластеризации области поиска. В результате получается значение критериальной функции в области притяжения ГЭ. Далее после определения зоны поиска ГЭ запускается локальный этап

поиска. В данной работе исследуются следующие алгоритмы поиска ЛЭ: сканирование с шагом 1 в области ГЭ, МДМ и ММДМ. Кроме этого предусмотрен случай отсутствия локального этапа. Оценка найденного ГЭ осуществляется с учетом погрешности определения координат ГЭ. В результате можно сделать вывод о результате совмещения ТИ и ЭИ.



Рисунок 3.29 – Схема функционирования модуля
«Методы поиска глобального экстремума»

Модули «Критериальные функции» и «Методы поиска глобального экстремума» реализованы на языке Си, так как именно такая версия алгоритмического языка реализована в компиляторах для систем программирования бортовых процессоров. Поэтому разработанные программы могут быть переведены в машинный код бортового процессора практически без изменения исходного текста.

3.4.4.1 Поэтапное сканирование

Здесь реализован метод, описанный в п.п.2.2. Для проведения эксперимента необходимо выбрать ТИ и ЭИ, вид критериальной функции, координаты окна поиска и шаг сканирования. Для получения КХА метода необходимо выбрать режим «Автомат», задать количество экспериментов и диапазон параметра метода γ – шаг сканирования. На рисунке 3.30 приведен результат совмещения при сканировании с шагом 5 без локального этапа. Сплошной линией показано истинное положение ЭИ, а штриховой – результат совмещения ТИ и ЭИ. В строке состояния приведены координаты ЭИ и результата привязки, а также погрешность совмещения.

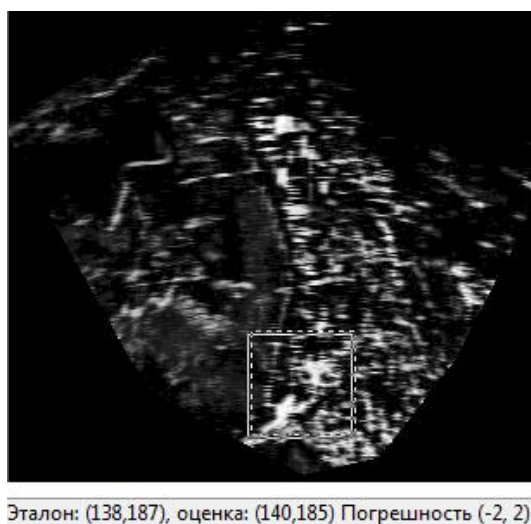


Рисунок 3.30 – Результат привязки методом «Сканирование»

3.4.4.2 МДМ и ММДМ

Здесь реализованы методы, описанные в п.п. 2.3, 2.4, 2.8. Данные методы используются как локального этапа, так и для глобального этапа поиска ГЭ.

В качестве исходных данных для МДМ и ММДМ локального этапа используются следующие параметры:

- количество вершин многогранника (на локальном этапе 3 вершины);
- координаты вершин многогранника;
- ε – погрешность вычисления экстремума.

Только у МДМ задаются еще следующие исходные данные: α –

коэффициент отражения; β – коэффициент сжатия; γ – коэффициент растяжения.

Только у ММДМ задаются еще способ поиска экстремума на прямой из «худшей» вершины (п.п. 2.4).

Для МДМ и ММДМ предусмотрен пошаговый режим выполнения поиска экстремума. Причем у МДМ можно наблюдать только деформацию многогранника (рисунок 3.31), а у ММДМ можно исследовать прямую из «худшей» вершины. На рисунке 3.32 приведен многогранник, прямая из «худшей» вершины и график критериальной функции на этой прямой.

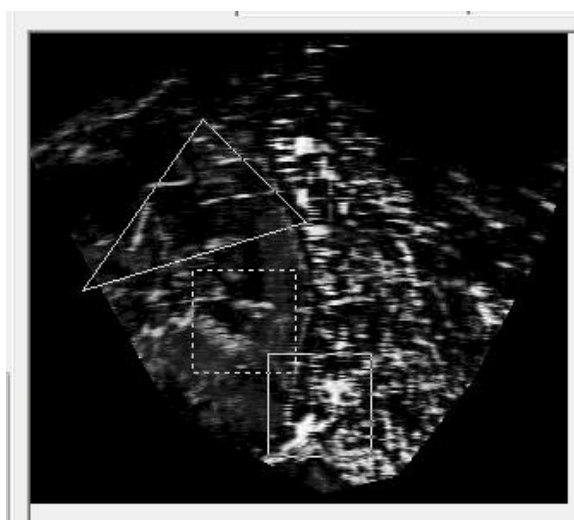


Рисунок 3.31 – Результат привязки с использованием МДМ

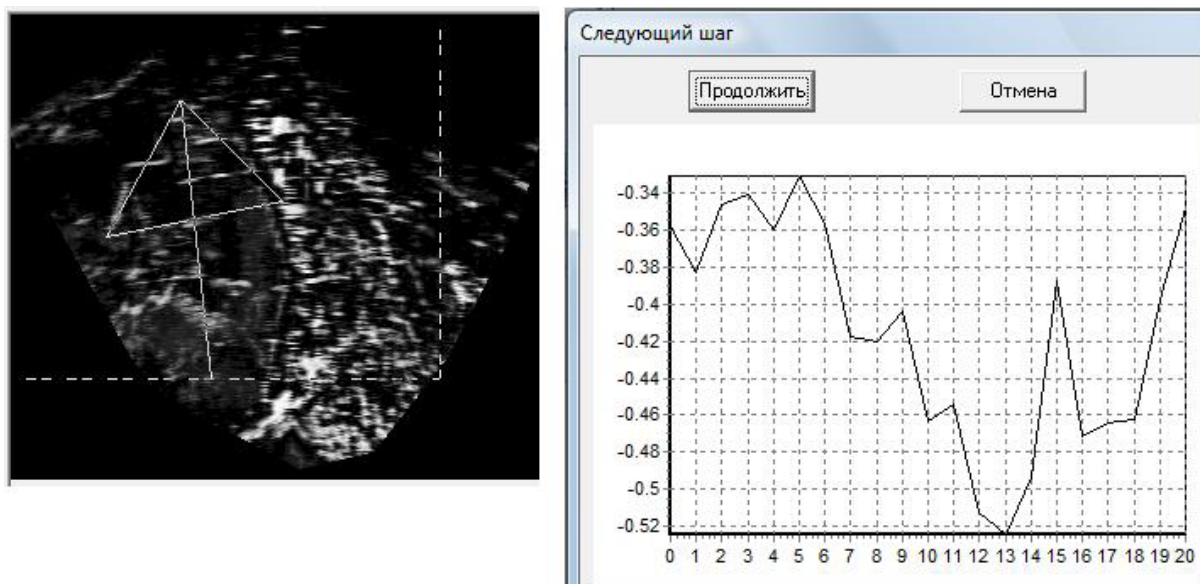


Рисунок 3.32 – Пошаговое выполнение ММДМ

При использовании МДМ и ММДМ для глобального этапа поиска экстремума, количество экстремумов больше 3. Для получения КХА методов необходимо выбрать режим «Автомат», задать количество экспериментов и диапазон параметра метода γ – количество вершин многогранника. Вершины многогранника формируются как случайным образом, так и по равномерной сетке.

3.4.4.3 Метод мультистарта

В данном модуле реализован метод, описанный в п.п. 2.5. В качестве локальных методов используются МДМ и ММДМ. Для проведения эксперимента необходимо выбрать ТИ, размер ЭИ, погрешность вычисления экстремума в пикселах, вид критериальной функции, стратегия кластеризации и количество экспериментов. Также задаются параметры поиска для методов МДМ и ММДМ. Координаты ЭИ генерируются случайным образом. Причем эти координаты ЭИ можно сохранить в файле и затем использовать при других запусках программы. В каждом эксперименте классический МДМ или ММДМ (3 вершины) вызывается определенное количество раз и определяется произошло ли попадание в ГЭ при заданной погрешности. Именно число вызовов локального метода и является параметром метода γ для определения КХА метода.

3.4.4.4 Метод редукции размерности задачи с использованием развертки типа Пеано-Гильберта

Здесь реализован метод, описанный в п.п. 2.6. Для проведения экспериментов необходимо выбрать ТИ и ЭИ, вид критериальной функции и параметры метода. Для получения КХА метода необходимо выбрать режим «Автомат», задать количество экспериментов и диапазон параметров метода γ – количество разбиений m для кривой Пеано-Гильберта. При пошаговом выполнении метода на форме отображается график значений функции в точках кривой Пеано-Гильберта, значение найденного экстремума, истинное значение

по графику, а также таблица значений функции соответственно на прямой, на кривой Пеано и на ТИ (рисунок 3.33).

3.4.4.5 Генетический алгоритм

Здесь реализован метод, описанный в п.п. 2.7. Для проведения экспериментов необходимо выбрать ТИ и ЭИ, вид критериальной функции и параметры генетического алгоритма. В качестве исходных данных для ГА используются следующие параметры:

- количество поколений;
- размер популяции;
- вид селекции и ее параметры;
- тип кроссовера с вероятностью скрещивания P_c ;
- вид мутации с вероятностью мутации P_m .

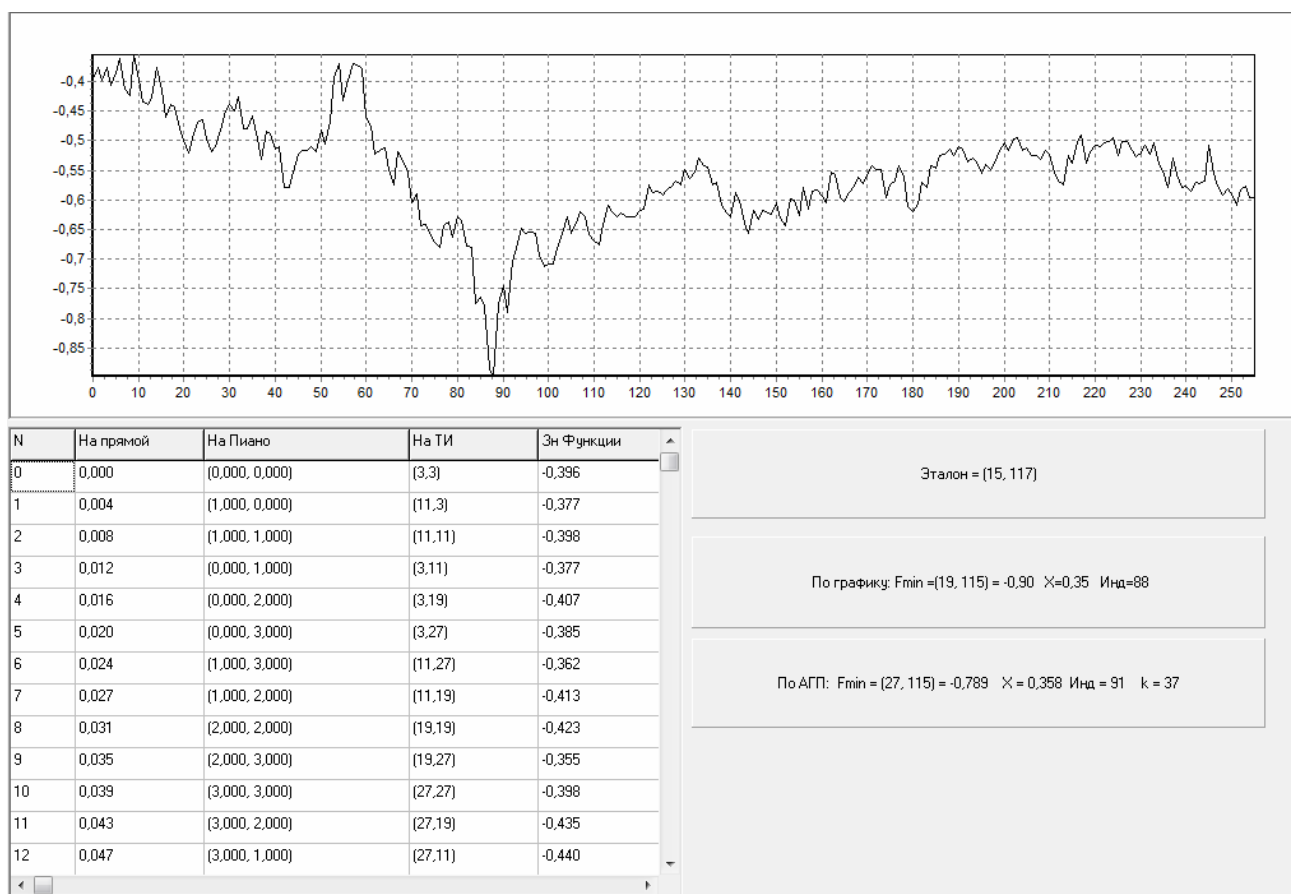


Рисунок 3.33 – Пошаговое выполнение метода редукции размерности задачи

На рисунке 3.34 приведена схема функционирования ГА на глобальном этапе совмещения ТИ и ЭИ.



Рисунок 3.34 – Схема функционирования ГА

При выполнении ГА по шагам отображается панель со значениями исходной популяции, результаты селекции, скрещивания и мутации. В режиме «Автомат» получаем форму приведенную на рисунке 3.35. Здесь отображается средняя зависимость по всем экспериментам $F_{\max}$ и $F_{\text{ср}}$ от количества поколений, результат совмещения по всем экспериментам и график значений максимального значения критериальной функции по всем экспериментам.

Для получения КХА метода ГА необходимо выбрать режим «Автомат», задать количество экспериментов и диапазон параметров метода γ_i – размер популяции и количество поколений.

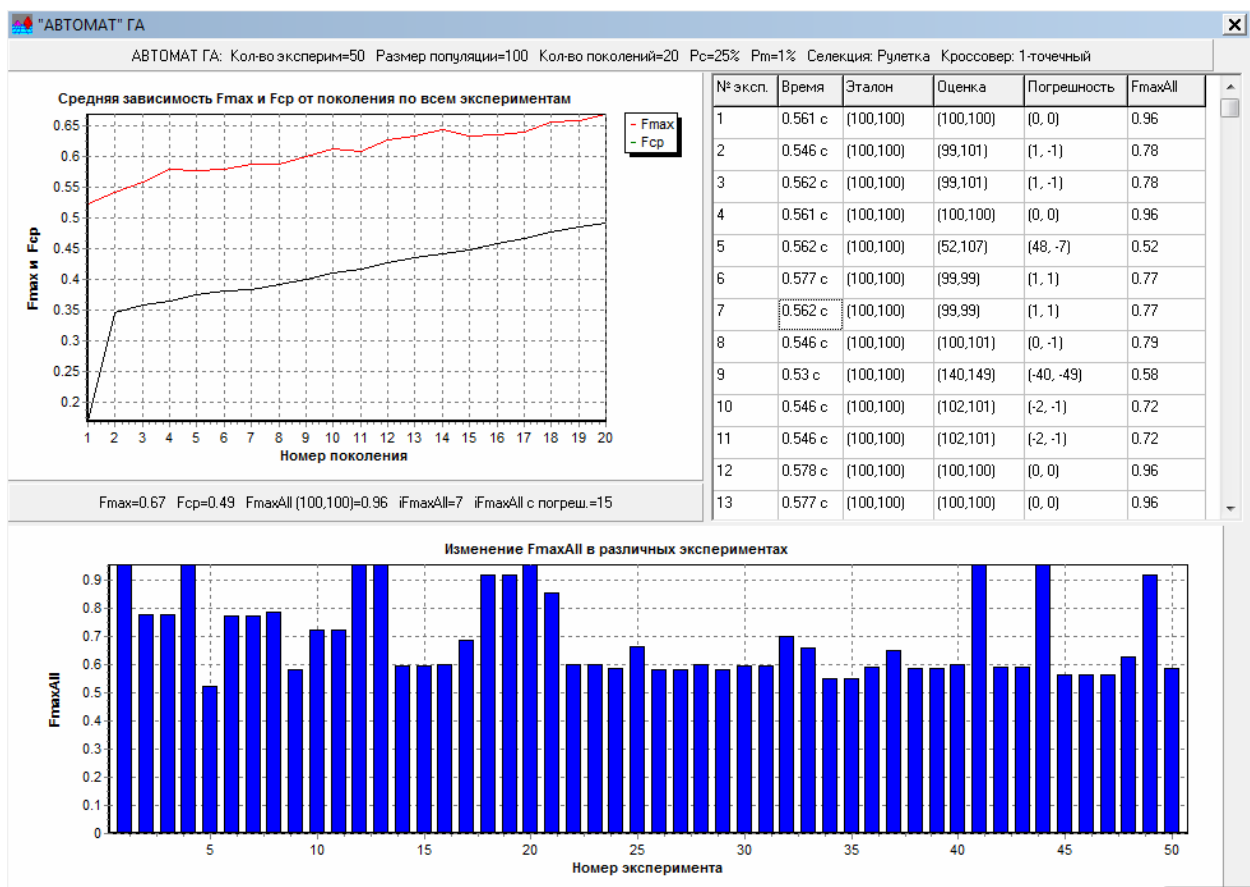


Рисунок 3.35 – Результаты выполнения ГА в режиме «Автомат»

3.4.5. Модуль геометрических преобразований

Операции геометрических преобразований выполняются над изображением, отображаемым на странице «Геометрические преобразования» панели изображений. При открытии этой страницы на панели ввода параметров преобразования, среди которых выделены две группы:

- «2D преобразования» – параметры двумерных преобразований;
- «Перспективные искажения» – параметры перспективной проекции.

Указанные группы геометрических преобразований выполняются независимо друг от друга.

При выполнении двумерных преобразований задаются параметры, приведенные в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Параметры двумерных геометрических преобразований

Наименование параметра	Единица измерения	Назначение параметра
(Tx,Ty)	Пикселы	Параметры трансляции (сдвига) изображения относительно текущего значения в виде значений величины сдвига по осям x и y
Θ°	Градусы	Угол поворота изображения по часовой стрелке относительно центра масс
(Sx,Sy)	Разы	Коэффициент масштабирования изображения в размах по осям x и y относительно центра масс
(Xc,Yc)	Пикселы	Координаты x и y центра масс. Отображаются на изображения в виде координатных пунктирных линий

Все необходимые вычисления, которые выполняются в этом модуле приведены в п.п. 3.2.

Масштабирование и поворот осуществляется относительно центра масс (X_c, Y_c). На рисунке 3.36 приведено исходное ТИ, на рисунке 3.37 – результат масштабирования с коэффициентами масштабирования (1.2, 1.2) и на рисунке 3.38 – результат поворота на угол -30° .

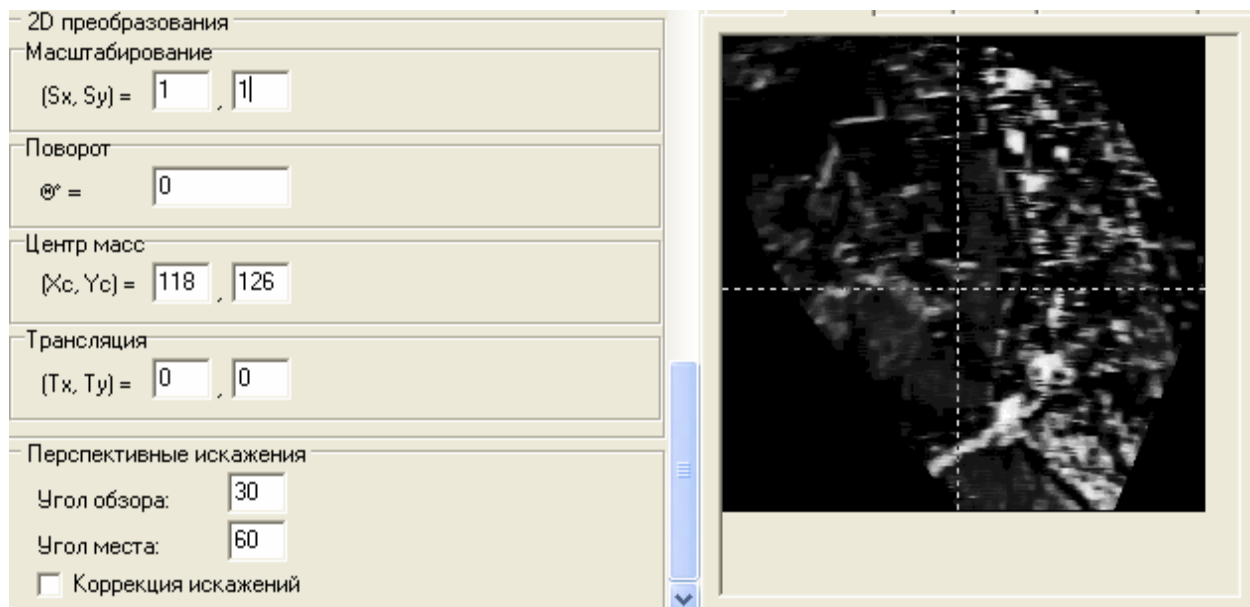


Рисунок 3.36 – Исходное ТИ

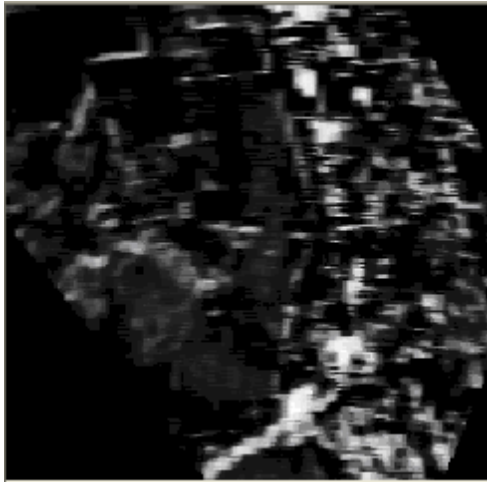


Рисунок 3.37 – Масштабирование относительно геометрического центра изображения

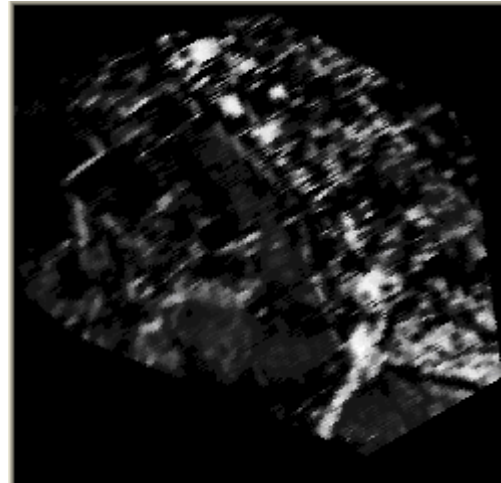


Рисунок 3.38 – Поворот изображения относительно геометрического центра изображения

Программный стенд предоставляет возможность выполнения сложного преобразования, включающего операции масштабирования, поворота и сдвига. На рисунке 3.39 представлен результат такого комплексного преобразования с коэффициентами масштабирования $(1.2, 1.2)$, углом поворота на -30° и трансляции на $(-10, -10)$.

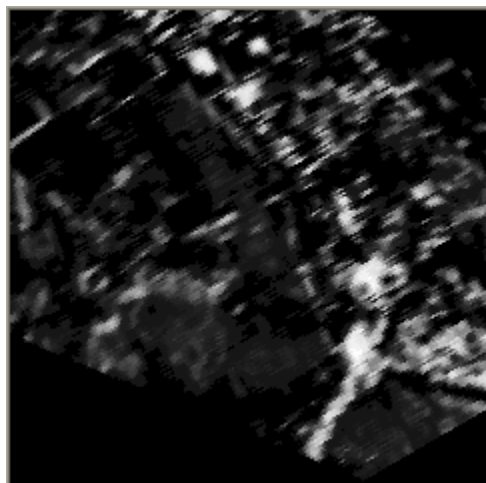


Рисунок 3.39 – Результат комплексных преобразований

3.4.6. Модуль генерации яркостной составляющей шума

Данный модуль предназначен для получения ТИ с различным соотношением сигнал/шум для исследования КХА при наличии гауссовского шума и спекл-шума на ТИ. На рисунке 3.40 приведена схема

функционирования модуля. Исходными данными для данного метода являются:

- изображение без шума;
- отношение сигнал/шум;
- вид шума.

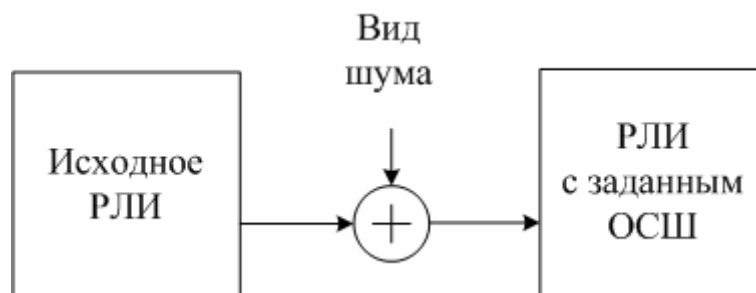
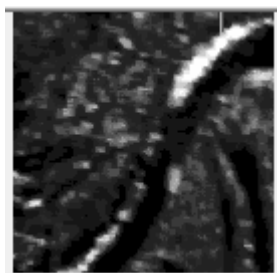


Рисунок 3.40 – Схема функционирования модуля «Шум»

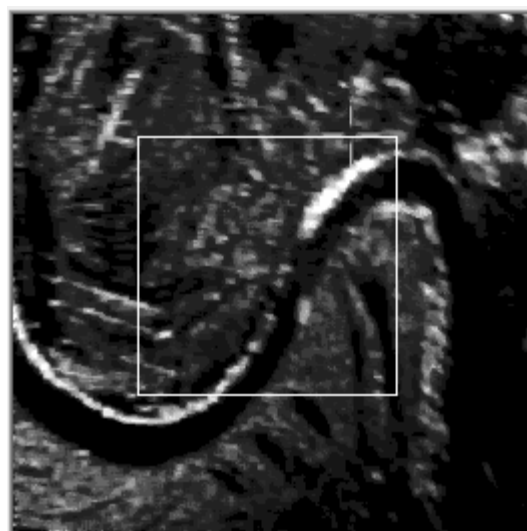
В модуле исследуются модели шумов с гауссовым распределением плотности вероятности и χ^2 - распределением (распределением Пирсона) плотности вероятности при значениях степени свободы k , равного 2 и 3. Для этого задается величина n – количество независимых случайных величин с равномерной плотностью распределения в интервале от 0 до 1, сумма которых будет распределена практически по нормальному закону при достаточно большом значении n . Примеры изображений приведены на рисунках 3.2 для гауссовского шума и 3.8 для спекл-шума.

3.4.7. Отображение графиков

Графики критериальной функции можно увидеть, только используя метод сканирования (перебора) с шагом 1. В результате сканирования получаем матрицу значений критериальной функции и по ней строятся графики. На рисунке 3.41 приведены ЭИ и ТИ с результатом совмещения ТИ и ЭИ. На рисунках 3.42 – 3.44 приведены графики для нормированной корреляционной функции, функции среднего модуля разности и критериальной функции для инвариантных моментов X_u , которые получены при совмещении заданных изображений.



ЭИ



ТИ с результатом совмещения

Рисунок 3.41 – Пример ЭИ и ТИ с результатом совмещения ТИ с результатом совмещения ТИ и ЭИ

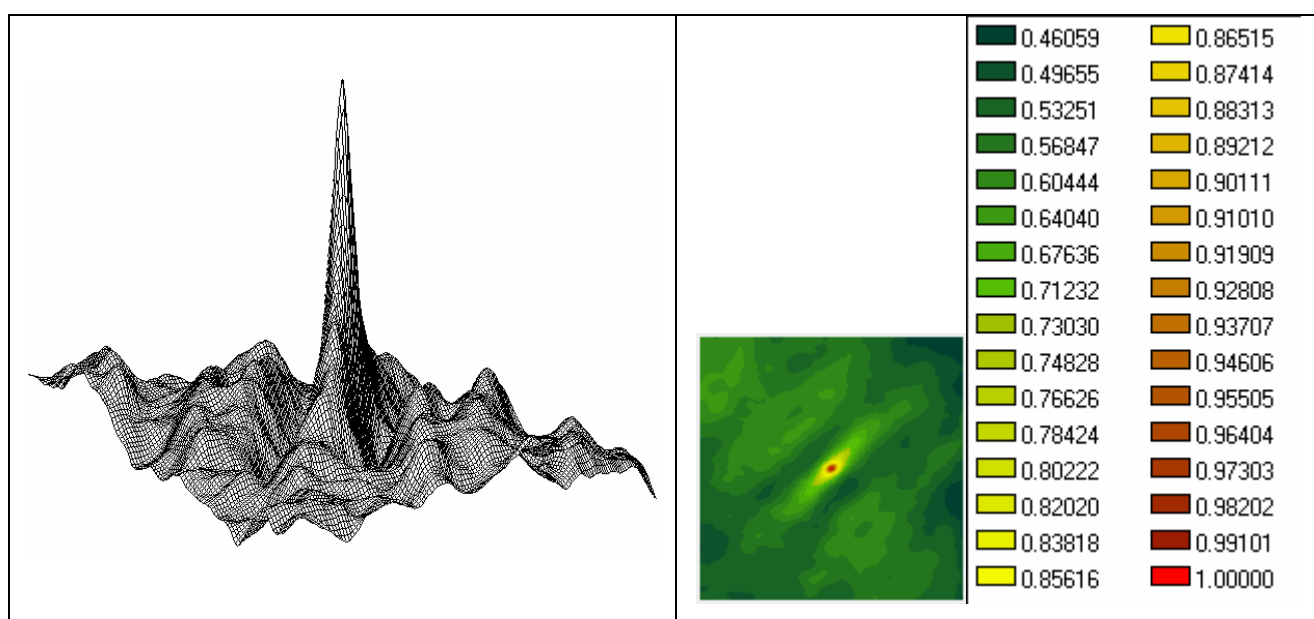


Рисунок 3.42 – Характерный вид нормированной корреляционной функции

На рисунках помимо графика приводится легенда (шкала градаций в цвете). Каждому цвету соответствует определенное значение критериальной функции.

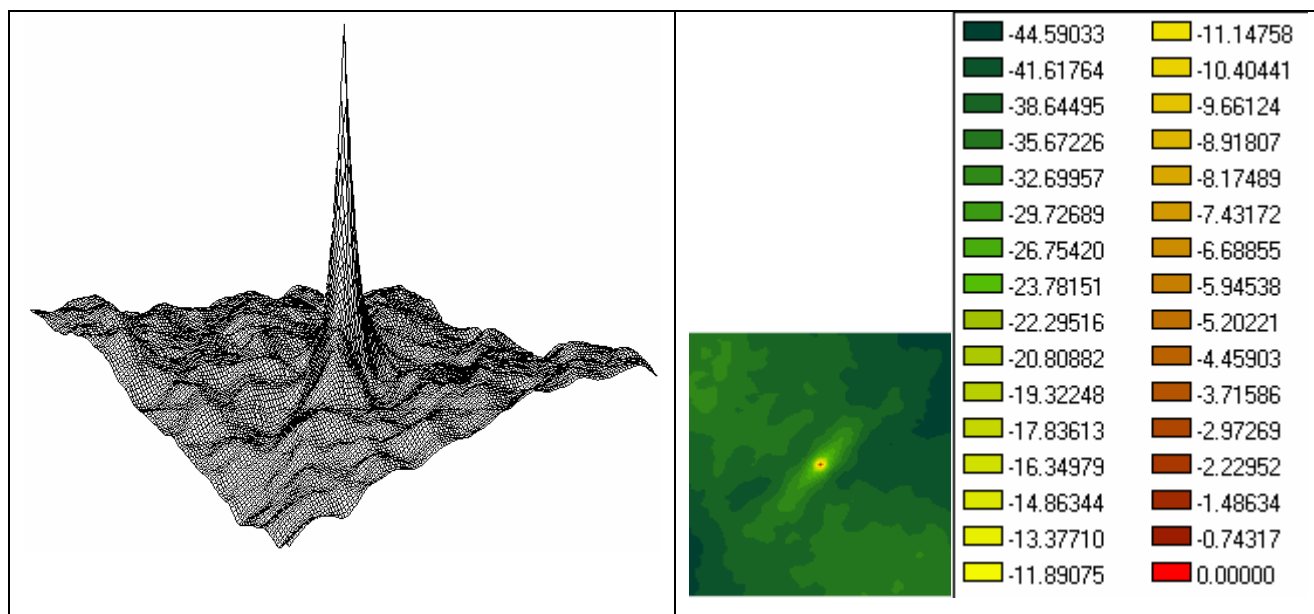


Рисунок 3.43 – Характерный вид функции среднего модуля разности

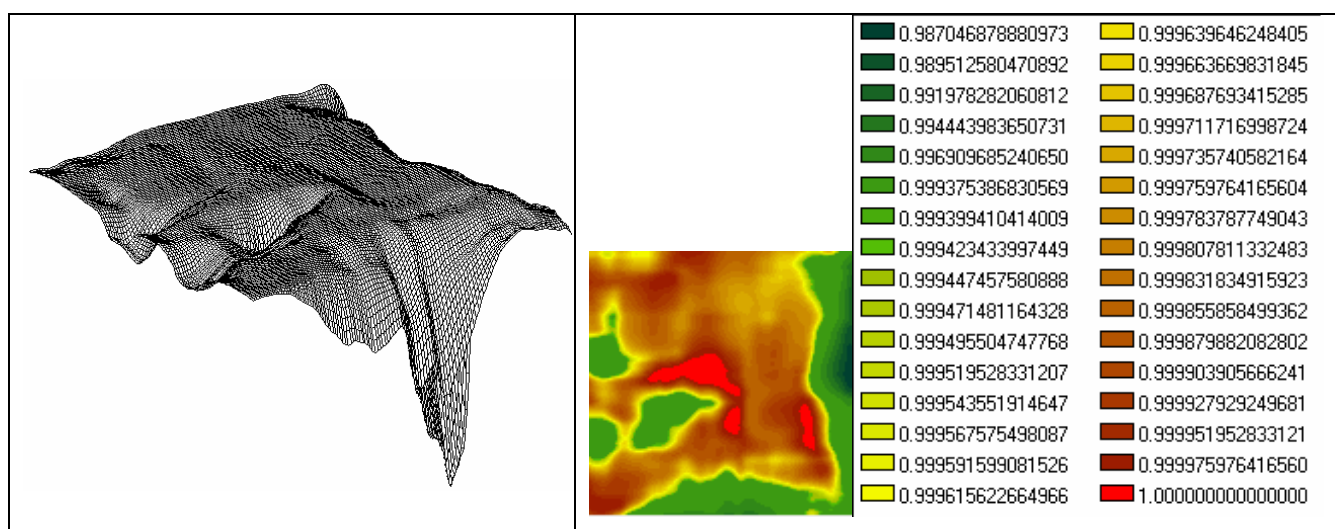


Рисунок 3.44 – Характерный вид критериальной функции
для инвариантных моментов X_u

3.5. Методика проведения экспериментов

Объектом испытаний являются алгоритмы поиска глобального экстремума функционала полученного в результате совмещения изображений.

Целью испытаний является:

- проверка адекватности критериев качества критериальных функций;
- оценка КХА известных и модифицированных методов поиска ГЭ;
- сравнение КХА известных и модифицированных методов поиска ГЭ и выбор лучших, которые соответствуют техническим требованиям КЭНС;

- определение пороговых (допустимых) искажений изображений при воздействии шума на яркостную составляющую ТИ;
- определение допустимых искажений изображений при геометрических искажениях ТИ.

Требования к объектам испытаний:

- алгоритмы поиска ГЭ должны обеспечивать вероятность попадания в ГЭ не менее 0,95 и время выполнения одного совмещения ТИ и ЭИ не более 0,1 – 0,2 с.;
- у каждого алгоритма должно иметься множество параметров γ , изменяя которые можно перераспределить соотношения между показателями P и $N_{ЦФ}$ в пространстве $(N_{ЦФ}, P)$.

Для проведения испытаний методов и алгоритмов используются следующие средства:

- ПЭВМ типа Pentium IV с оперативной памятью не менее 256 Мбайт;
- прикладное программное обеспечение в виде программного стенда «Алгоритмы поиска глобального экстремума в системах совмещения изображений»;
- набор входных данных в виде тестовых изображений, а именно текущие изображения полученные от БРЛС и ЭИ или их модели. ТИ и ЭИ представлены в виде BMP-файлов.

Методика испытаний:

- выбор лучших критериальных функций, на основе метода многокритериальной оптимизации по показателям качества целевой функции;
- исследование известных и модифицированных методов поиска ГЭ и получение КХА в координатах $(N_{ЦФ}, P)$ – трудоёмкости и вероятности нахождения глобального экстремума без учета искажений, то есть в предположении, что они максимально скомпенсированы предварительной обработкой совмещаемых изображений и приведены к максимально сравнимому виду;
- исследование известных и модифицированных методов поиска ГЭ и получение КХА при применении кластеризации области поиска;

– исследование лучших известных и модифицированных методов поиска ГЭ и получение КХА в координатах $(N_{ЦФ}, P, ОСШ)$ – трудоёмкости, вероятности нахождения глобального экстремума и величины ОСШ с учета влияния шума на яркостную составляющую ТИ.

– исследование лучших известных и модифицированных методов поиска ГЭ и получение КХА с учетом геометрических искажений. То есть получение КХА в координатах $(N_{ЦФ}, P, \varphi)$, $(N_{ЦФ}, P, Scale)$ и $(N_{ЦФ}, P, \varphi, Scale)$, где φ – угол поворота ТИ; $Scale$ – коэффициент масштабирования;

– исследование возможности использования инвариантных моментов Ху для повышения степени устойчивости исследуемых алгоритмов поиска ГЭ к геометрическим искажениям.

Для проверки функционирования алгоритмов необходимо:

– подать на его вход необходимых тестовых данных в виде набора текущих и эталонных изображений;

– установить параметры метода поиска ГЭ;

– задать объем проводимых испытаний.

После завершения экспериментов формируются выходные параметры в виде таблиц и графиков.

При обработке результатов проведенных экспериментов осуществляется оценка вероятности правильного попадания в ГЭ P по частоте $P^* = \frac{m}{n}$, где m – число успехов в n элементарных испытаниях. Число n формируется за счет использования различных тестовых РЛИ и различных случайных положений ЭИ в рамках выбранного ТИ. Общий объем, используемых тестовых РЛИ v составлял $12 \div 20$. Количество случайных положений ЭИ k относительно выбранного тестового изображения колебалось в пределах $100 \div 500$ в различных экспериментах. Таким образом, общий объем элементарных испытаний (опытов) $n = v * k$ менялся в диапазоне от 1200 до 10000.

При оценке вероятности по частоте в случае, если вероятность P очень велика, доверительный интервал строят исходя из точного закона распределения частоты [52]. При этом число появления благоприятного события (попадания в ГЭ) в n опытах распределено по биномиальному закону:

$$P_{m,n} = C_n^m p^m q^{n-m},$$

где $q = 1 - p$.

Необходимо найти интервал частот $[p_1^*, p_2^*]$, в который вероятностью $\beta = 1 - \alpha$ попадает частота события P^* . Здесь β – доверительная вероятность, α – вероятность промаха в доверительный интервал.

В [52] приведены области (интервалы частот) для каждого значения n и заданного значения, внутри которой значение вероятности P совместимо с наблюдаемым значением частоты P^* , с доверительной вероятностью β .

В частности, при значении $\beta = 0,9$ и полученной частоте $P^* = 0,95$ значение вероятности P будет лежать в пределах от 0,94 до 0,955 при проведении $n = 1000$ элементарных опытов. При снижении n до 100, доверительный интервал увеличивается до величины от 0,91 до 0,96.

Таким образом, общее число проведения элементарных опытов $n = 1200 \div 10000$ является обоснованным и достаточным для оценки вероятности по частоте с доверительной вероятностью $\beta = 0,9$, при достижении частоты событий порядка $0,95 \div 0,98$.

Основные результаты

1. Разработан программный стенд, позволяющий провести моделирование методов и алгоритмов и их теоретико-экспериментальные исследования.

2. Разработана методика проведения экспериментов с использованием программного стенда. Приведено обоснование статистической состоятельности объема проводимых испытаний.

3. С использованием разработанных программного стенда и методики проведены сравнительные экспериментальные исследования известных и предложенных методов и алгоритмов, подтверждающие правильность теоретических выводов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты работы состоят в следующем:

1. Предложена методика оценки критериальных функций и алгоритмов поиска глобального экстремума, которые позволили осуществить сравнение известных и предложенных алгоритмов и выбрать алгоритмы, которые соответствуют требованиям КЭНС по вероятности и трудоемкости совмещения изображений.

2. Предложен алгоритм поиска глобального экстремума, основанный на методе деформируемого многогранника, который позволил увеличить вероятность попадания в глобальный экстремум за счет анализа поведения критериальной функции на линии деформации многогранника и за счет увеличения количества вершин многогранника. В результате получен метод ММДМ-N поиска ГЭ с вероятностью попадания в ГЭ до 0,98.

3. Предложены стратегии кластеризации области поиска для повышения эффективности поисковых алгоритмов. Показано, что данный подход позволяет сократить количество вычислений целевой функции в 6-8 раз.

4. Исследованы показатели качественных характеристик алгоритмов метода мултистарта, генетического алгоритма и алгоритма поиска глобального экстремума с редукцией размерности области поиска с использованием развертки типа Пеано-Гильберта, МДМ и предложенных модифицированных методов и определено их место в решении задач корреляционно-экстремальной навигации.

5. Исследовано влияние яркостной составляющей гауссовского шума и спекл-шума на показатели качественных характеристик алгоритмов. Показано, что при ОСШ > 4 ранжирование методов по показателям КХА остается неизменным и сами показатели остаются в допустимых пределах.

6. Исследовано влияние геометрических искажений на показатели КХА методов поиска ГЭ. Определены допустимые пороги по углу поворота и масштабу при использовании растрового представления ТИ и ЭИ.

Предложенный метод ММДМ-N обеспечивает, при вероятности попадания в глобальный экстремум 0,98, уменьшение объема ББД для хранения ЭИ более чем в 4 раза по сравнению с другими методами.

7. Разработано инструментальное средство – программный стенд, позволяющий провести моделирование методов и алгоритмов, и их теоретико-экспериментальные исследования и отладку программного обеспечения для бортовых ЭВМ.

В приложении приведены документы, подтверждающие внедрение результатов и свидетельство о регистрации электронного ресурса № 17272.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Методы автоматического обнаружения и сопровождения объектов. Обработка изображений и управление / Б.А. Алпатов, П.В. Бабаян, О.Е. Балашов, А.И. Степашкин. М.: Радиотехника, 2008г. 176 с.
2. Методы компьютерной обработки изображений / Под ред. В.А. Сойфера. 2-е изд. испр. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003г. 784 с.
3. Обработка изображений в геоинформационных системах: Учебное пособие / Злобин В.К., Еремеев В.В., Кузнецов А.Е. Рязан. гос. радиотехн. университет. Рязань, 2006. 264 с.
4. Злобин В.К., Еремеев В.В. Обработка аэрокосмических изображений. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 288с.
5. Визильтер Ю.В., Желтов С.Ю., Бондаренко А.В., Ососков М.Б., Моржин А.В. Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения: Курс лекций и практических занятий. М.: Физматкнига, 2010. 672с.
6. Визильтер Ю.В. Проблемы технического зрения в современных авиационных системах. // Техническое зрение в системах управления мобильными объектами – 2010. Институт космических исследований Российской академии наук: Труды научно-технической конференции-семинара. Вып. 4 / Под ред. Р. Р. Назирова. М.: КДУ, 2011. 328 с., URL: www.iki.rssi.ru/books/2011tz_add.pdf, ISBN 978-5-98227-794-7.
7. Джанджгава Г.И. Интеллектуальная поддержка экипажа в режиме захода на посадку воздушного судна. // Перспективные системы и задачи управления: Материалы VI Всеросс. науч.-практ. конф. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2011.
8. Randall E. Bailey, Fusion of Synthetic and Enhanced Vision for All-Weather Commercial Aviation Operations. Материалы Исследовательского центра Лэнгли НАСА Хамптон, Вирджиния 23185 США. URL: http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20070018792_2007018398.pdf
9. Белоглазов И.Н., Тарасенко В.П. Корреляционно-экстремальные

системы. М.: «Сов. радио», 1974. 392с.

10. Белоглазов И. Н., Джанджгава Г. И., Чигин Г. П. Основы навигации по геофизическим полям. М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. литературы, 1985. 328 с.

11. Баклицкий В.К., Бочкарев А.М., Мусьяков М.П. Методы фильтрации сигналов в корреляционно-экстремальных системах навигации. М.: Радио и связь, 1986. 216 с.

12. Баклицкий В. К. Корреляционно-экстремальные методы навигации и наведения. Тверь: ТО «Книжный клуб», 2009. 360 с.

13. Конкин Ю.В., Елесина С.И. Система управления базами данных для навигационных комплексов летательных аппаратов // Проблемы передачи и обработки информации в сетях и системах телекоммуникаций: Тез. докл. 14-й междунар. науч.-техн. конф. Рязан. гос. радиотехн. акад., Рязань, 2005. С. 240-241.

14. Харин Е.Г. Комплексная обработка информации навигационных систем летательных аппаратов. Опыт многолетнего практического применения. Учебное пособие. М.: Изд-во МАИ, 2002. 264с.

15. Разработка программного стенда для моделирования системы комплексной обработки радиолокационной и цифровой картографической информации для коррекции навигационных параметров: Отчет о НИР / Рязан. гос. радиотехн. ун-т.; Руководитель В.К.Злобин; Тема № 1-07; № ГР 01.2007 01843. Рязань, 2008. 204 с.: Соисполн.: Логинов А.А., Елесина С.И., Конкин Ю.В. и др.

16. Андреев Г.А., Потапов А.А. Алгоритмы обработки навигационной пространственно-временной информации. Часть I // Зарубежная радиоэлектроника. 1989. № 3. С. 3-18.

17. Андреев Г.А., Потапов А.А. Алгоритмы обработки навигационной пространственно-временной информации. Часть II // Зарубежная радиоэлектроника. 1989. № 4. С. 3-21.

18. Ким Н.В. Обработка и анализ изображений в системах технического

зрения. Учебное пособие. М.: МАИ, 2001. 164с.

19. New Technology Japan. 1986. v. 14. P. 25.

20. Проспект фирмы Burleigh, Product Summary Micropositioning Electrooptics, 1983.

21. Жиглявский А.А., Жилинскис А.Г. Методы поиска глобального экстремума. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. 248 с.

22. Орлянская И.В. Современные подходы к построению методов глобальной оптимизации. Электронный журнал «Исследовано в России» <http://zhurnal.ape.relam.ru/articles/2002/189.pdf>

23. Батищев Д.И., Исаев С.А. Оптимизация многоэкстремальных функций с помощью генетических алгоритмов./ Межвузовский сборник научных трудов «Высокие технологии в технике, медицине и образовании». Воронеж, ВГТУ, 1997г., С. 4-17.

24. Mitchell M. An Introduction to Genetic Algorithms. Fifth printing/ Cambridge, MA: The MIT Press, 1999.

25. Исаев С.А. Популярно о генетических алгоритмах. <http://algotlist.manual.ru/ai/ga/ga1.php>

26. Генетические алгоритмы [Электронный ресурс] // Генетические алгоритмы и не только. 2003-2007. URL: <http://qai.narod.ru/GA/>

27. Стронгин Р.Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах (информационно-статистические алгоритмы). Серия: «Оптимизация и исследование операций». М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1978. 240 с.

28. Стронгин Р.Г. Поиск глобального оптимума. Научно-популярная серия: «Математика. Кибернетика». М.: Знание, 1990. 48 с.

29. Моисеев Н.Н., Иванюков Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1978. 352 с.

30. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач: Учеб. пособие для вузов. 2-е изд., перераб. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1998. 552 с.

31. Трифонов А.Г. Постановка задачи оптимизации и численные методы

ее решения. http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book_2/index.php.

32. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. М.: Высшая школа, 2002, 840 с.

33. Пантелеев А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах: Учеб. пособие/ А.В Пантелеев, Т.А. Летова. М.: Высш. шк., 2002. 544 с.

34. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М.; Мир, 1975. 536 с.

35. Елесина С.И. Исследование особенностей методов глобальной оптимизации в корреляционно-экстремальных навигационных системах. // Математическое и программное обеспечение вычислительных систем: Межвуз. сб. науч. тр. Часть 2. / Под ред. А.Н. Пылькина. М.: Горячая линия – Телеком, 2009. С. 30-37.

36. Елесина С.И., Логинов А.А. Модифицированный метод деформируемого многогранника // Вестник РГРТУ №4 (выпуск 30), 2009г. С. 100-103.

37. Елесина С.И. О модификации метода деформируемого многогранника для корреляционно-экстремальных навигационных систем // Новые информационные технологии в научных исследованиях и образовании: Материалы 14-й Всероссийской науч.-техн. конф. студентов, молодых ученых и специалистов. Рязан. гос. радиотехн. университет. Рязань, 2009. С. 304-306.

38. Елесина С.И., Костров Б.В., Логинов А.А. Исследования возможности применения поисковых методов в корреляционно-экстремальных навигационных системах. // Информатика и прикладная математика: Межвуз. сб. науч. тр. / Отв. ред. А.А. Дунаев – М.: Рязан. гос. университет имени С.А. Есенина. Рязань, 2009. С. 53-58.

39. Елесина С.И., Костров Б.В., Логинов А.А. Поисковые методы в корреляционно-экстремальных навигационных системах. // Программные информационные системы: Межвуз. сб. науч. тр. / Под ред. А.Н. Пылькина – Рязань: РГРТУ, 2010. С. 85-90.

40. Захаров В.К., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Теория вероятностей.

М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1983. 160с.

41. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. 480с.

42. Диго Г.Б., Диго Н.Б. Сокращение пространства поиска в задачах оптимизации на основе безизбыточной стратегии разбиения. // Надежность и техническая диагностика №3 (21), 2009г. С. 79-86.

43. Моцкус Й.Б. Многоэкстремальные задачи в проектировании. М.: Наука, 1976. 215 с.

44. Растронгин Л.А. Системы экстремального управления. М.: Нука, 1974. 630 с.

45. Уоррен Г.С. Алгоритмические трюки для программистов. Пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. 288с.

46. Holland J.H. Adaptation in Natural and Artificial Systems/ The University of Michigan Press, 1975.

47. Цой Ю.Р., Спицын В.Г. Генетический алгоритм / Спицын В.Г., Цой Ю.Р. Представление знаний в информационных системах: Учебное пособие. Томск: Изд-во ТПУ, 2006г. 146 с.

48. Елесина С.И., Семушева Е.Е. Исследование генетических алгоритмов в корреляционно-экстремальных навигационных системах. // Методы и средства обработки и хранения информации: Межвуз. сб. науч. тр. / Под ред. В.К. Злобина. Рязань: РГРТУ, 2011. С. 51-58.

49. Бабаев С.И., Елесина С.И., Костров Б.В. Сравнение модифицированного поискового и генетического алгоритмов нахождения глобального экстремума в интеллектуальных системах навигации. // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ОТ, 2010, июль, вып.1. С. 145-152.

50. Елесина С.И., Зотов В.В., Никифоров М.Б.. Повышение эффективности методов глобальной оптимизации на основе кластеризации области поиска // Вестник РГРТУ №3 (выпуск 37), 2011г. С. 38-42.

51. Wehner D.R. «Hing Resolution Radar». N.Y.: Artech House. 1987.

52. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1964. 576 с.

53. Елесина С.И., Никифоров М.Б.. Исследование устойчивости алгоритмов поиска глобального экстремума в корреляционно-экстремальных навигационных системах // Математическое и программное обеспечение вычислительных систем: Межвуз. сб. науч. тр. / Под ред. А.Н. Пылькина. Рязань.(РГРТУ), 2011. С. 129-133.

54. Елесина С.И., Логинов А.А., Никифоров М.Б. Влияние аддитивного шума на устойчивость алгоритмов совмещения изображений // Актуальные проблемы науки: сб. науч. тр. по мат-лам Междунар. науч.-практ. конф. 30 мая 2011 г.: в 4 частях. Часть 2; М-во обр. и науки РФ. Тамбов: Изд-во ТРОО «Бизнес-Наука-Общество», 2011. С. 45-47.

55. Дональд Херн, М. Паулин Бейкер. Компьютерная графика и стандарт OpenGL. Пер. с англ. 3-е изд. М.: Вильямс, 2005. 1168 с.

56. Фоли Дж., вен Дэм А. Основы интерактивной машинной графики. В 2-х книгах. Кн. 1. Пер. с англ. М.: Мир, 1985. 368 с.

57. Поляков А.Ю, Брусенцев В.А. Методы и алгоритмы компьютерной графики в примерах на Visual C++. 2-е изд., перераб. и доп. СПб.: БХВ-Петербург, 2003. 560 с.

58. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. Пер. с англ. М.: Мир, 2001. 604 с.

59. Хилл Ф. Программирование компьютерной графики. Для профессионалов. 2-е изд. СПб.: Питер, 2002. 1088 с.

60. Елесина С.И., Кудряшов С.С. Использование преобразования Радона в корреляционно-экстремальных навигационных системах. // Методы и средства обработки и хранения информации: Межвуз. сб. науч. тр. / Под ред. В.К. Злобина – Рязань: РГРТУ, 2010. С.92-100.

61. Блейхут Р.Э. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. М.:Мир 1989.

62. Крот А.М. Минервина Е.Б. Быстрые алгоритмы и программы цифровой спектральной обработки сигналов и изображений. Минск, 1995.

63. Павлидис Т. Алгоритмы машинной графики и обработки

изображений: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1986. 400 с.

64. Грузман И.С. Математические задачи компьютерной томографии. Соросовский образовательный журнал. Т.7, № 5, 2001. С. 117-121.

65. Разработка математического обеспечения для реализации корреляционной привязки изображений при комплексной обработке информации от систем технического зрения летательного аппарата: Отчет о НИР / Рязан. гос. радиотехн. ун-т.; Руководитель В.К.Злобин; Тема № 8-09; № ГР 01.2.00 901127. Рязань, 2010. 140с.: Соисполн.: Логинов А.А., Елесина С.И., Бабаев С.И. и др.

66. Btlkasim S. Moment Invariants. (<http://pami.unateroloo.ca/mkamel/SD776/NOTES/note2.pdf>)

67. A.Khotanzad, Y.Poggis, “Invariant Image Recognition by Zernike Moments”, IEEE Trans. On PAMI, Vol. PAMI-12, 1990, pp.489-497

68. Ахметшин А.М., Трипольская В.В. Повышение точности идентификации подписей на основе инвариантных моментов преобразования Радона. Вестник Запорожского государственного университета. №1, 2002г.

69. M.R. Teaque. “Image Analysis via the general theory of moments”. J.Opt.Soc.Am., Vol.70. No.8. August 1980.

70. Hu M-K. Visual pattern recognition by moment invariants. IRE Trans. Inf. Theory, 1962. IT-8: pp.179–187.

71. ”Muharrem Mercimek, Kayhan Gulez and Tarik Veli Mumcu. Real object recognition using moment invariants. Sadhana Vol. 30, Part 6, December 2005, pp. 765–775.

72. R Sanjeev Kunte and R D Sudhaker Samuel. A simple and efficient optical character recognition system for basic symbols in printed Kannada text. Sadhana Vol. 32, Part 5, October 2007, pp. 521–533.

73. J. Flusser. Moment Invariants in Image Analysis. Proceedings of world academy of science engineering and technology volume 11. Februaru 2006. PP. 196-201.

74. Справочник по теории вероятности и математической статистике /

Под ред. В.С. Королюка. Киев: Наукова думка, 1978. 582 с.

75. Ньейн Эй. Распознавание чисел и букв номерных знаков с помощью моментных инвариантов. Научная сессия МИФИ-2007. М.: МИФИ. 2007. С.139-141.

76. Г. Буч. Объектно-ориентированный анализ и проектирование с примерами приложений на C++, 2-е издание. СПб.: «Невский диалект», 1998. 734 с.

77. Страуструп Б. Язык программирования C++, 3-е изд. Пер. с англ. СПб.: М.: «Невский Диалект» – «Издательство БИНОМ», 1999. 991 с.

78. Архангельский А.Я. Программирование в C++Builder 6. 2-е изд. М.: ООО «Бином-Пресс», 2005г. 1168 с.

79. Свидетельство о регистрации электронного ресурса № 17272. Елесина С.И. Программный стенд «Алгоритмы поиска глобального экстремума в системах совмещения изображений». ОФЭРНиО, 14.07.2011 г.